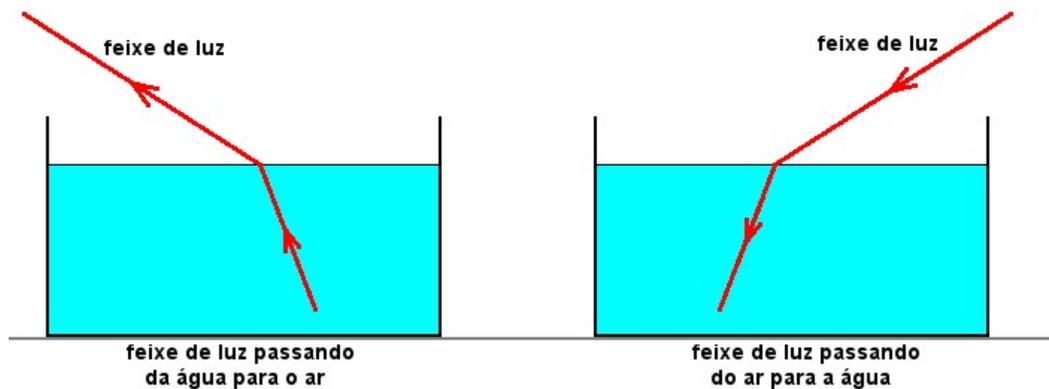


## Refração da luz:

**REFRAÇÃO DA LUZ** é o fenômeno da variação da velocidade que a luz sofre ao passar de um meio para outro.

Essa variação na velocidade é perceptível devido ao desvio que o raio incidente oblíquo sofre ao se refratar.



## Índice de Refração:

Sabe-se que a velocidade da luz em qualquer meio transparente é sempre menor que no vácuo. Assim define-se **índice de refração absoluto (n)** para um dado meio como sendo o quociente entre a velocidade da luz no vácuo (**c**) e a velocidade da luz (**v**) no meio em questão, ou seja:

$$n = \frac{c}{v}$$

onde  $c \geq v$

Para facilitar os cálculos é costume adotar  $c = 300.000 \text{ km/s}$ .

O número **n** significa quantas vezes a velocidade da luz no vácuo é maior que a velocidade da luz no meio.

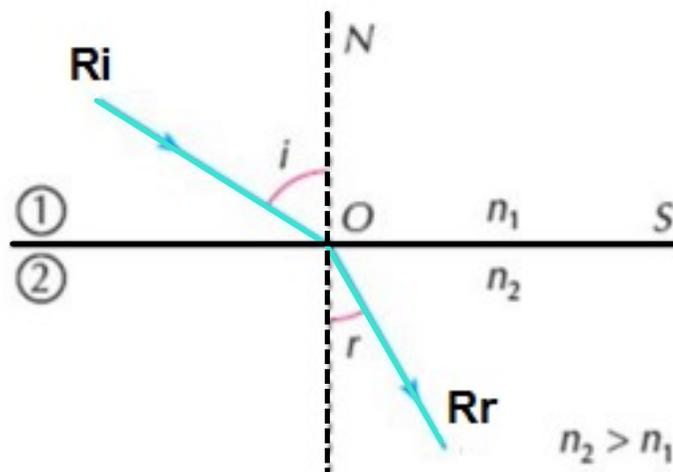
**Obs.** Se duas substâncias tiverem índices de refração iguais, um é invisível em relação ao outro (há continuidade óptica entre os meios).



vidro e  
tetracloroetileno

## Leis da Refração da Luz

**1ª Lei:** O raio incidente ( $R_i$ ), a normal ( $N$ ) e o raio refratado ( $R_r$ ) são coplanares.



## Leis da Refração da Luz

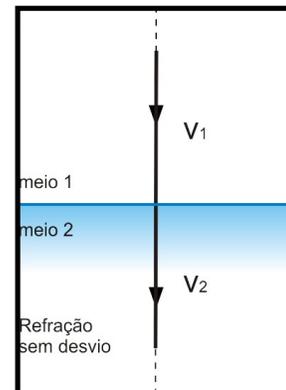
**2ª Lei (ou Lei de Snell-Descartes):** Para um raio de luz monocromática passando de um meio para outro, é constante o produto do índice de refração em que se encontra esse raio com o seno do ângulo formado entre esse o raio e a normal.

$$n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r}$$

### obs.

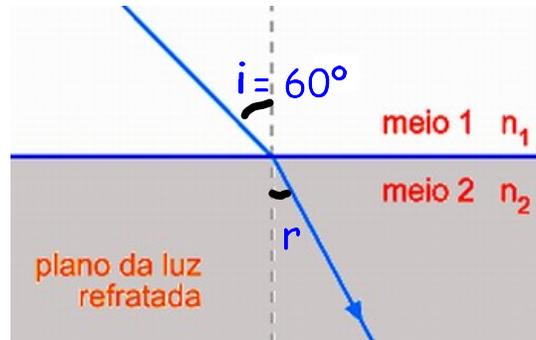
1) O índice de refração relativo entre dois meios é a razão entre o índice de refração entre o meio 1 e o meio 2.

2) Incidência normal é aquela onde  $R_i$  é perpendicular a  $S$ ; portanto,  $R_r$  não sofre desvio.



## Exercícios de aprendizagem:

1) A figura mostra um raio de luz monocromática passando do meio 1 para o meio 2. O meio 1 é o ar ( $n_1 = 1$ ) e o meio 2 tem índice de



refração  $n_2 = \sqrt{3}$ . Determine:

a) o ângulo de refração;

b) a velocidade da luz no meio 2. (Dado a velocidade da luz no ar  $v = c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

$$\begin{aligned} \text{a) } n_1 \cdot \sin i &= n_2 \cdot \sin \hat{r} \\ 1 \cdot \sin 60^\circ &= \sqrt{3} \cdot \sin \hat{r} \\ 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} &= \sqrt{3} \cdot \sin \hat{r} \\ \sin \hat{r} &= \frac{1}{2} \quad \therefore \hat{r} = 30^\circ \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \text{b) } n &= \frac{c}{v} \\ \sqrt{3} &= \frac{3 \cdot 10^8}{v_2} \\ v_2 &= \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{3}} \quad \therefore v_2 = \sqrt{3} \cdot 10^8 \text{ m/s} \end{aligned}$$

R: 1) a)  $30^\circ$  b)  $\sqrt{3} \cdot 10^8$  m/s

2) Uma luz monocromática violeta e uma luz monocromática vermelha propagam-se em um tipo de vidro com velocidades  $1,96 \cdot 10^8$  m/s e  $1,98 \cdot 10^8$  m/s, respectivamente. Vamos calcular o índice de refração desse vidro para a luz violeta e para a luz vermelha.

Handwritten calculations for the refractive index of violet and red light in glass. The calculations are as follows:

① → Violeta  
② → Vermelha

$$n_1 = \frac{c}{v_1}$$
$$n_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{1,96 \cdot 10^8}$$
$$n_1 = 1,53$$

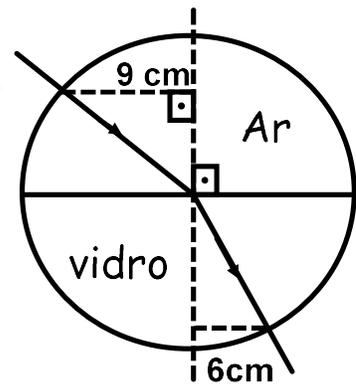
↙

$$n_2 = \frac{c}{v_2}$$
$$n_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{1,98 \cdot 10^8}$$
$$n_2 = 1,51$$

↙

R 2)  $n_{\text{violeta}} = 1,53$  e  $n_{\text{vermelha}} = 1,51$

3) A figura indica a trajetória de um raio de luz que passa de uma região semicircular que contém ar para outra de vidro, ambas de mesmo tamanho e perfeitamente justapostas. Determine, numericamente, o índice de refração do vidro em relação ao ar.



$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

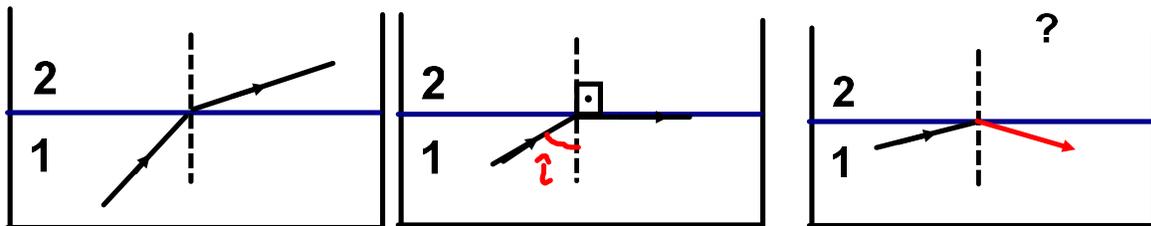
$$1 \cdot \frac{9}{R} = n_2 \cdot \frac{6}{R}$$

$$n_2 = \frac{9}{6}$$

$$n_2 = \frac{3}{2} \therefore \boxed{n_2 = 1,5}$$

## Ângulo Limite

Quando a luz passa de um meio mais refringente para o meio menos refringente, como já vimos, o raio refratado se afasta da normal. Esse ângulo de refração poderá ser no máximo  $90^\circ$  pois, se for maior o raio irá refletir e não refratar, sendo assim teremos:

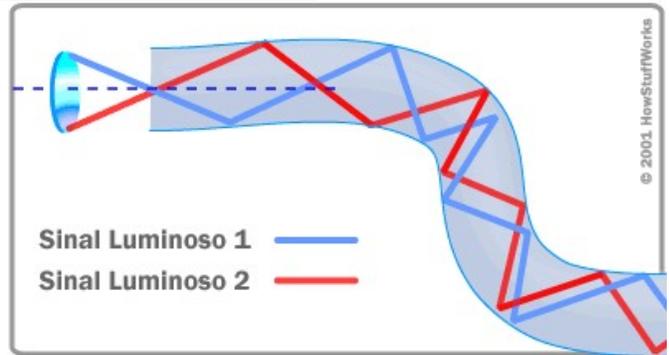
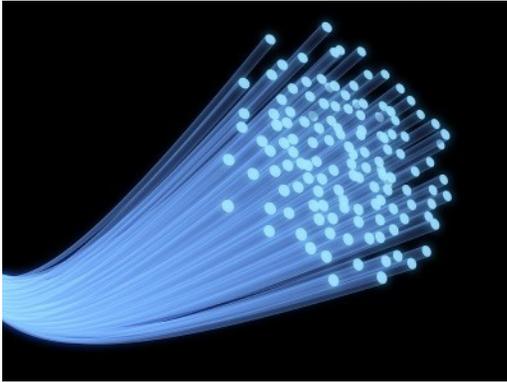
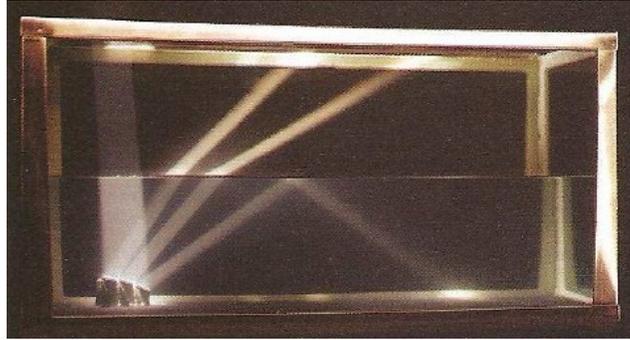


$$n_1 \sin \hat{l} = n_2 \sin 90^\circ \quad \text{como } \sin 90^\circ = 1$$

$$\sin \hat{l} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_2 < n_1$$

$$\sin \hat{l} = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}}$$



### Exercícios de aprendizagem:

4) Determine o valor do ângulo limite, para uma determinada luz monocromática, quando se tem o par de meios ar e água. Os índices de refração do ar e da água são, respectivamente, 1 e 4/3.

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \hat{L} &= \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{H}_2\text{O}}} \\ \operatorname{sen} \hat{L} &= \frac{1}{\frac{4}{3}} \\ \operatorname{sen} \hat{L} &= \frac{3}{4} \end{aligned} \quad \left| \hat{L} = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{3}{4} \right|$$

R: 4)  $L = \operatorname{arc} \operatorname{sen} 3/4$

5) Uma lâmpada acesa, de dimensões desprezíveis, está no fundo de uma piscina cuja profundidade é 2m. Determine o raio do menor disco de material opaco para que, devidamente colocado na superfície d'água, não permite a saída de nenhuma luz para a atmosfera.

Dados:  $n_{\text{ar}} = 1$  e  $n_{\text{água}} = 4/3$

$$\text{sen } L = 1/(4/3)$$

$$\boxed{\text{sen } L = 3/4} \quad \text{I}$$

$$\boxed{\text{sen } L = R/x} \quad \text{II}$$

$$\text{sen}^2 L + \text{cos}^2 L = 1$$

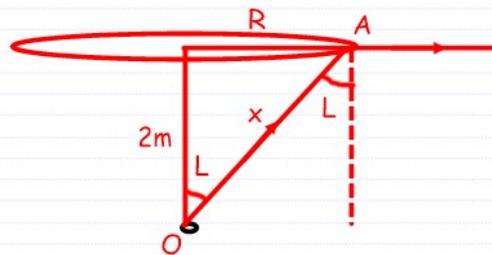
$$9/16 + 4/x^2 = 1$$

III em II

$$\boxed{x = 8\sqrt{7}/7} \quad \text{III}$$

$$3/4 = R / (8\sqrt{7}/7)$$

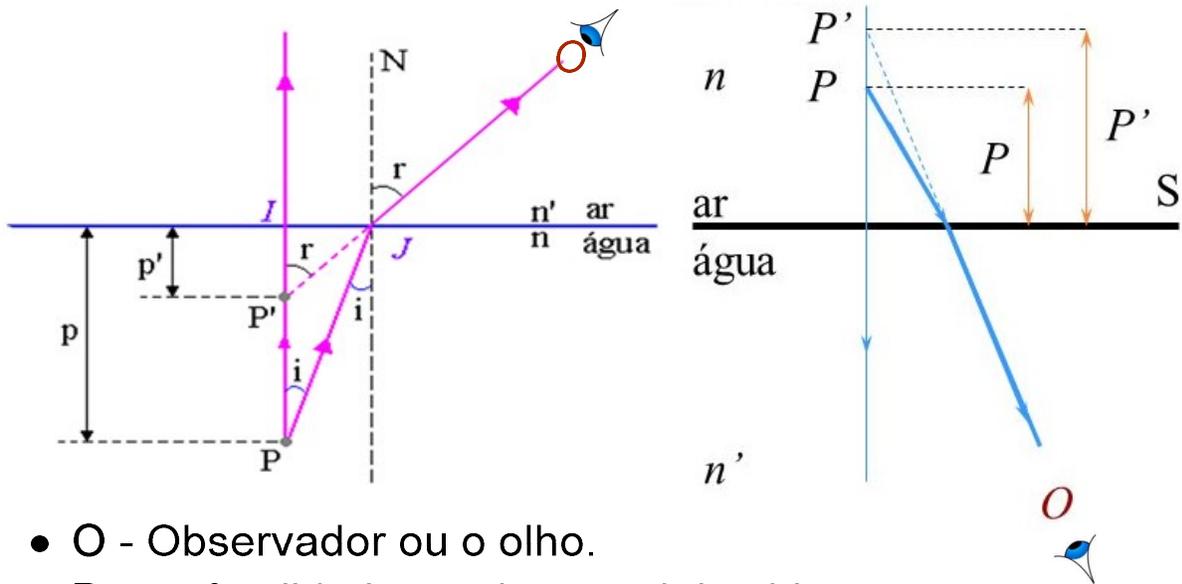
$$\underline{\underline{R = 6\sqrt{7}/7}}$$



$$5) R = 6\sqrt{7}/7$$

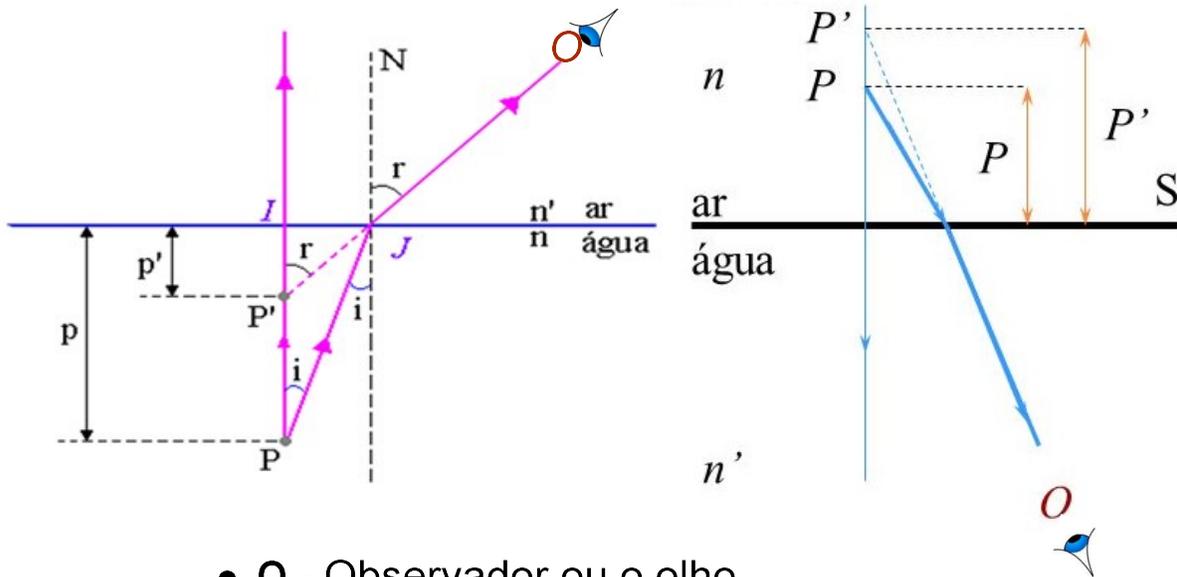
## Diopetro Plano

O **diopetro plano** é aquele constituído por uma superfície plana separando dois meios. O exemplo mais simples de um diopetro plano é o par de meios ar e água, com o qual estudar-se-á a vista do ponto imagem virtual **P'** de um objeto real **P**, por um observador **O** dora d'água (figura 1) ou vice versa (figura 2).



- O - Observador ou o olho.
- P - profundidade ou altura real do objeto.
- P' - profundidade ou altura aparente da imagem.
- n - índice de refração do meio onde se situa o objeto.
- n' - índice de refração onde se situa o observador.

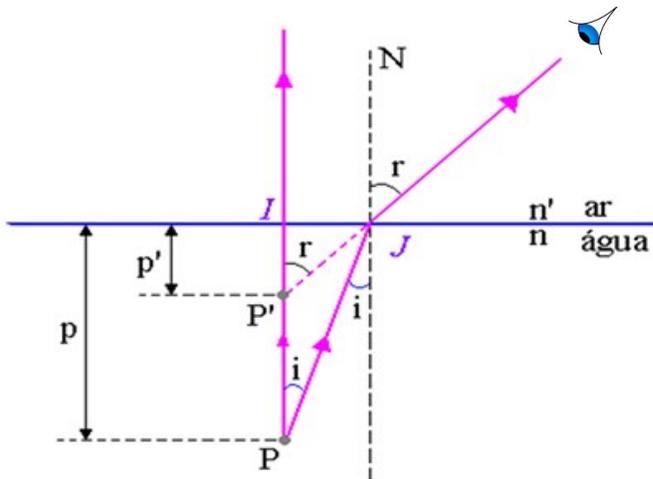
## Dioptro Plano



$$\frac{P}{P'} = \frac{n}{n'}$$

- O - Observador ou o olho.
- P - profundidade ou altura real do objeto.
- P' - profundidade ou altura aparente da imagem.
- n - índice de refração do meio onde se situa o objeto.
- n' - índice de refração onde se situa o observador.

**Atenção:** Essa expressão só é válida para raios que formam ângulos pequenos (até 10°) com a normal, ou seja, o observador visa a imagem numa direção quase vertical.



Demonstração:

$$n \cdot \text{sen } i = n' \cdot \text{sen } r \quad (\text{I})$$

$$\text{tg } i = \frac{IJ}{P} \quad (\text{II})$$

$$\text{tg } r = \frac{IJ}{P'} \quad (\text{III})$$

Para pequenos ângulos ( $<10^\circ$ )  $\text{tg } i = \text{sen } i$  e  $\text{tg } r = \text{sen } r$  portanto, substituindo (II) e (III) em (I) teremos:

$$n \text{ sen } i = n' \text{ sen } r$$

$$n \cdot \frac{P}{p} = n' \cdot \frac{P'}{p'} \rightarrow \left[ \frac{P}{p'} = \frac{n}{n'} \right]$$

numerador :  
 "P" altura ou profundidade real do objeto  
 "n" índice de refração do meio onde se encontra o objeto.  
 denominador:  
 P' altura ou profundidade da imagem  
 n' índice de refração do outro meio (observador)

$$\frac{P}{p'} = \frac{n}{n'}$$

### Exercícios de aprendizagem:

6) Um observador vê um peixe num lago límpido, numa direção que forma um ângulo de  $5^\circ$  com a normal. Sabendo que o peixe está numa profundidade de 80 cm e considerando de  $\frac{4}{3}$  o índice de refração da água, calcule a profundidade aparente em que o observador, suposto fora d'água, vê o peixe.

$$\begin{array}{l} P = 80 \text{ cm} \\ n = \frac{4}{3} \\ p' = ? \\ m' = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{P}{p'} = \frac{n}{n'} \\ \frac{80}{p'} = \frac{\frac{4}{3}}{1} \\ p' = \frac{80}{\frac{4}{3}} \therefore \boxed{p' = 60 \text{ cm}} \end{array}$$

R: 6) 60 cm

7) Um mergulhador, imóvel e imerso na água de uma piscina, vê um pássaro pousado em cima de um poste, numa direção quase vertical. Sendo de  $\frac{4}{3}$  o índice de refração da água e de 4,5 m a altura do poste, cuja base está à beira da piscina e no nível da água, determine a altura aparente onde está o pássaro visto pelo mergulhador.

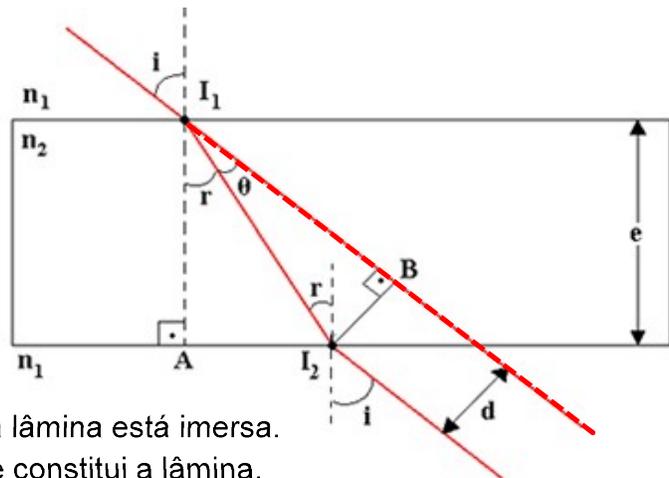
$$\begin{array}{l} n' = \frac{4}{3} \\ P = 4,5 \text{ m} \\ P' = ? \\ n = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{P}{P'} = \frac{n}{n'} \\ \frac{4,5}{P'} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \\ P' = 4,5 \cdot \frac{4}{3} \\ \boxed{P' = 6 \text{ m}} \end{array}$$

R: 7) 6 m

## Lâmina de Faces Paralelas

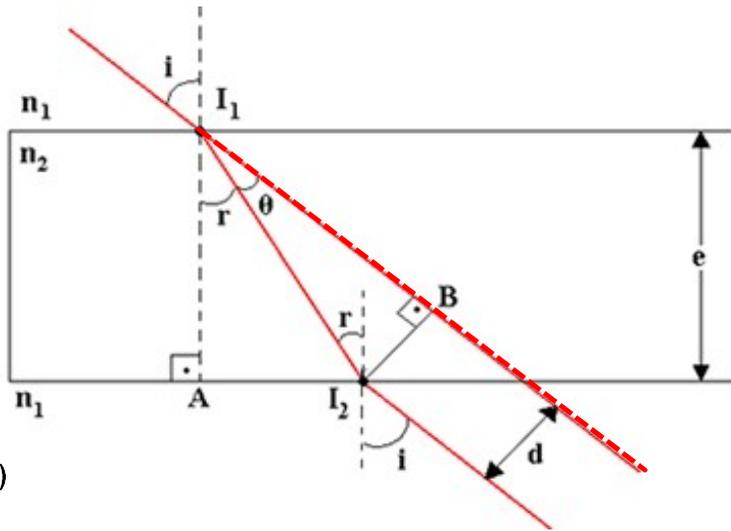
A lâmina de faces paralelas é um sistema de três meios homogêneos e transparentes separados dois a dois através de superfícies planas e paralelas. Dos três meios, normalmente o segundo meio é a lâmina de faces paralelas. Como exemplo, pode-se citar o vidro de uma janela.

O desvio lateral  $d$  é obtido geometricamente através da figura seguinte.



Sejam:

- $I_1$  = ponto de incidência na 1ª face.
- $I_2$  = ponto de incidência na 2ª face.
- $n_1$  = índice de refração do meio onde a lâmina está imersa.
- $n_2$  = índice de refração do material que constitui a lâmina.
- $d$  = desvio lateral sofrido pelo raio.
- $e$  = espessura da lâmina.



$$\theta = \hat{i} - \hat{r} \quad (I)$$

Pelo triângulo  $I_1I_2A$ :  $\cos r = \frac{l}{l_1 l_2}$  (II)

Pelo triângulo  $I_1I_2B$ :  $\sin \theta = \frac{d}{l_1 l_2}$  (III)

Dividindo-se membro a membro, (II) e (III) e substituindo  $\theta$ :

$$\frac{\cos r}{\sin \theta} = \frac{l}{d} \frac{l_1 l_2}{l_1 l_2}$$

$$d = \frac{l \sin \theta}{\cos r} \quad \text{como } \theta = \hat{i} - \hat{r}$$

$$d = \frac{l \cdot \sin(\hat{i} - \hat{r})}{\cos \hat{r}}$$

**Obs.** Quando o pincel luminoso atravessa a uma lâmina de faces paralelas, tem-se a impressão de que os raios que emergem da lâmina provêm de um ponto mais próximo, deslocado em relação ao ponto objeto. Esse deslocamento é menor que a espessura da lâmina; logo, se a espessura da lâmina for desprezível, também será desprezível o deslocamento. Já para uma lâmina de espessura razoável, teremos a impressão do objeto estar mais próximo e isto nos dará um aumento do ângulo visual, dando a impressão de uma lente de aumento.



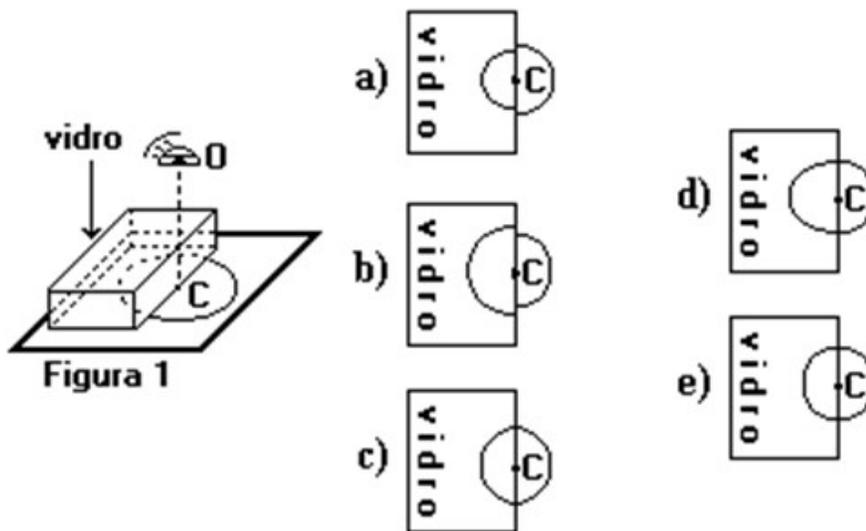
### Exercícios de aprendizagem:

8) Um raio luminoso monocromático incide numa lâmina de faces paralelas, imersa no ar, segundo um ângulo de  $60^\circ$  com a normal. Sendo de 4 cm a espessura da lâmina, cujo material tem índice de refração  $\sqrt{3}$ . Determine o desvio lateral que o raio sofre ao atravessá-la.

$$\begin{aligned} \hat{i} &= 60^\circ \\ l &= 4 \text{ cm} \\ n &= \sqrt{3} \\ d &=? \end{aligned} \quad \begin{aligned} d &= \frac{l \cdot \sin(i-r)}{\cos r} \\ d &= \frac{4 \cdot \sin(60-30^\circ)}{\cos 30^\circ} \\ d &= \frac{4 \cdot 1/2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \\ \boxed{d = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}} \end{aligned} \quad \begin{aligned} n_1 \sin i &= n_2 \sin r \\ 1 \sin 60^\circ &= \sqrt{3} \sin r \\ \sin r &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} \\ \sin r &= \frac{1}{2} \\ \boxed{\hat{r} = 30^\circ} \end{aligned}$$

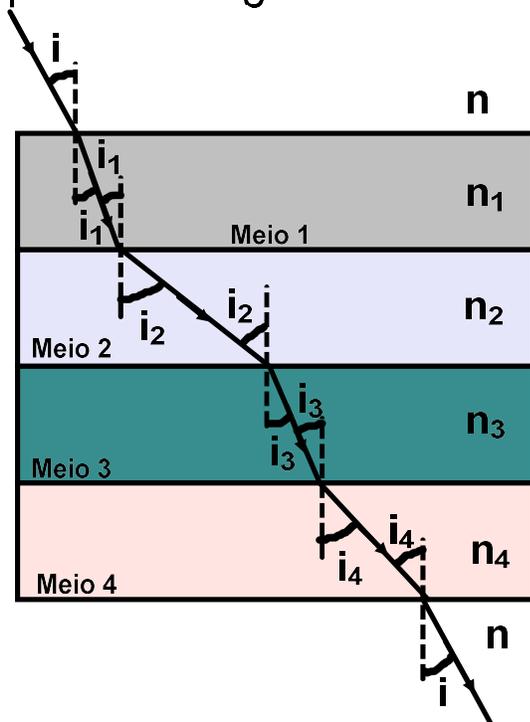
$$R: \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

9) (Fuvest) Numa folha de papel num plano horizontal, está desenhado um círculo de centro  $C$ . Sobre a folha é colocada uma placa grossa de vidro, cobrindo metade do círculo. A figura 1, a seguir mostra uma pessoa olhando para o círculo, com seu olho no eixo vertical  $OC$ . A alternativa que melhor representa o que a pessoa enxerga é:



## Associação de lâminas de faces paralelas

Podemos ter justaposição de várias lâminas de faces paralelas de materiais diferentes, conforme ilustra a figura. Em cada lâmina, o ângulo de refração da primeira face tem a mesma medida que o ângulo de incidência na outra face, pois são ângulos alternos internos.



Aplicando a lei de Snell-Descartes teremos:

$$n \cdot \text{sen } i = n_1 \cdot \text{sen } i_1$$

$$n_1 \cdot \text{sen } i_1 = n_2 \cdot \text{sen } i_2$$

$$n_2 \cdot \text{sen } i_2 = n_3 \cdot \text{sen } i_3$$

$$n_3 \cdot \text{sen } i_3 = n_4 \cdot \text{sen } i_4$$

$$n_4 \cdot \text{sen } i_4 = n \cdot \text{sen } i'$$

---



---


$$\boxed{n \cdot \text{sen } i = n' \cdot \text{sen } i'}$$

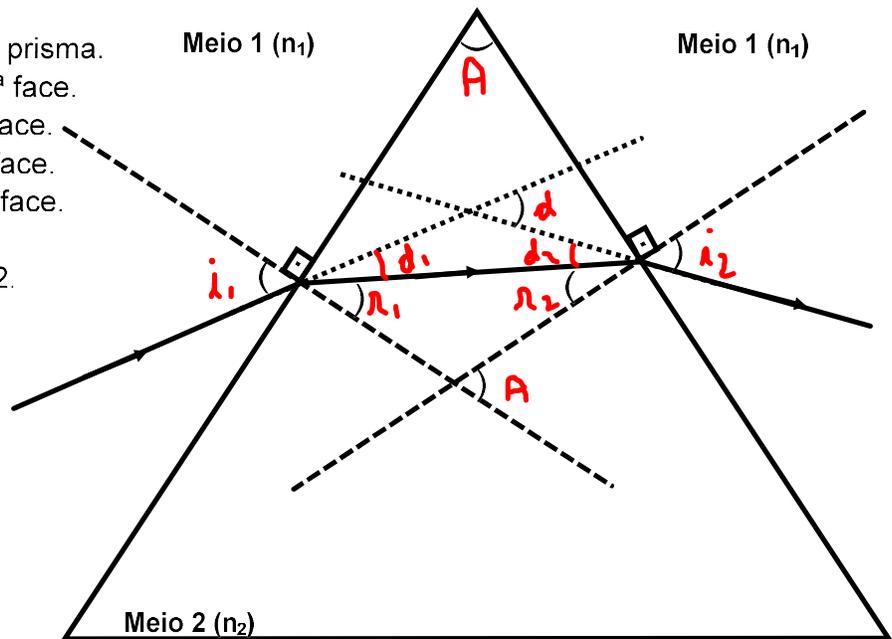
Miragem:



## Prisma Óptico

O prisma óptico é uma lâmina de faces não-paralelas. O ângulo formado pelas faces não-paralelas é denominado **ângulo de refringência** (ou **abertura**)  $A$  e a intersecção das mesmas corresponde a uma reta denominada **aresta**.

- $A$  - Ângulo de refringência do prisma.
- $i_1$  - ângulo de incidência na 1ª face.
- $i_2$  - ângulo de refração na 2ª face.
- $r_1$  - ângulo de refração na 1ª face.
- $r_2$  - ângulo de incidência na 2ª face.
- $d_1$  - desvio angular na face 1.
- $d_2$  - desvio angular na aface 2.
- $d$  - desvio angular total.



Aplicando-se uma geometria elementar, tem-se, respectivamente:

$$A = r_1 + r_2$$

$$d = d_1 + d_2$$

$$d_1 = i_1 - r_1$$

$$d_2 = i_2 - r_2$$

$$\begin{aligned} d &= i_1 - r_1 + i_2 - r_2 \\ d &= i_1 + i_2 - (r_1 + r_2) \\ d &= i_1 + i_2 - A \end{aligned}$$

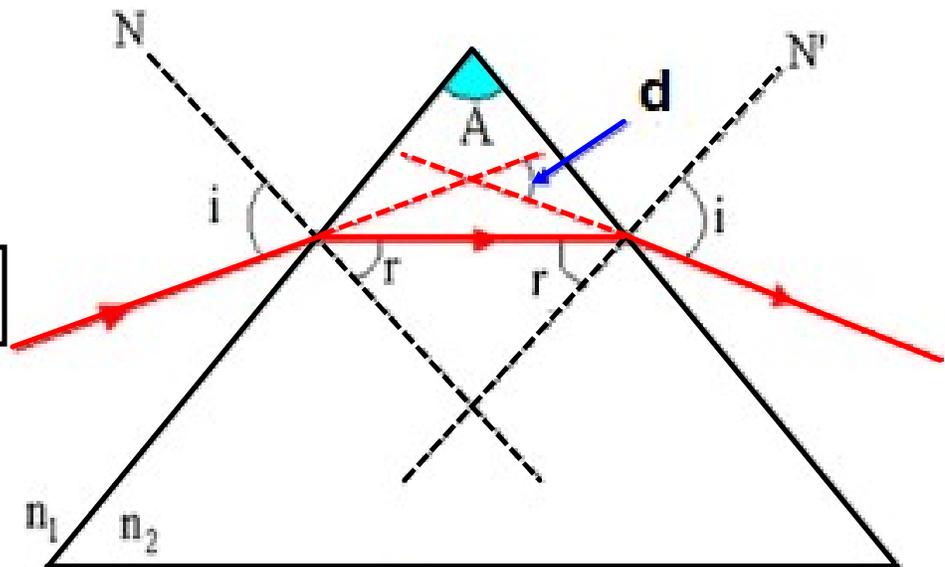
$$d = i_1 + i_2 - A \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Desvio angular total.} \end{array} \right.$$

**obs.** Uma decorrência importante, no estudo dos prismas óptico, é a condição geométrica do **desvio ângular mínimo** ( $d_{\min}$ ). Verifica-se que isso ocorre, num dado prisma, quando os ângulos de incidência na 1ª face e de emergência da 2ª face forem iguais, isto é,  $i_1 = i_2 = i$ . Nessa condição, pela Lei de Snell-Descartes, resulta:  $r_1 = r_2 = r$ .

Sendo assim:

$$A = 2r$$

$$d_{\min} = 2i - 2r$$



### Exercícios de aprendizagem:

10) Considere um prisma de ângulo de refração igual a  $60^\circ$ , imerso no ar. O valor do índice de refração do material que constitui o  $\sqrt{2}$  prisma é para um determinado raio de luz monocromática que incide sob ângulo de  $45^\circ$  na primeira face. Determine:

- O ângulo de refração na 1ª face;
- o ângulo de incidência na 2ª face;
- o ângulo de emergência da 2ª face;
- o desvio angular total sofrido pelo raio.

$$\begin{array}{l} A = 60^\circ \\ n = \sqrt{2} \\ i = 45^\circ \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{a) } n_1 \cdot \sin i = n \cdot \sin r \\ 1 \cdot \sin 45 = \sqrt{2} \cdot \sin r \\ \sin r = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}} \\ \sin r = \frac{1}{2} \\ \boxed{r = 30^\circ} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{b) } A = r_1 + r_2 \quad d = i_1 + i_2 - A \\ 60^\circ = 30^\circ + r_2 \quad d = 45 + 45 - 60 \\ \rightarrow \boxed{r_2 = 30^\circ} \quad \rightarrow \boxed{d = 30^\circ} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{c) } n \cdot \sin r_2 = n_1 \cdot \sin i_2 \\ \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = 1 \cdot \sin i_2 \\ \rightarrow \boxed{i_2 = 45^\circ} \end{array}$$

R: a)  $30^\circ$  b)  $30^\circ$  c)  $45^\circ$  d)  $30^\circ$

## Prismas de reflexão total

Os prismas têm larga aplicação na óptica e comumente são usados para obter desvios num raio umínoso, sendo mais usados os **prismas de reflexão total**, que substituem com muito mais eficiência os espelhos.

Os prismas de reflexão total são aqueles nos quais ocorre o fenômeno de reflexão total em uma ou mais faces.

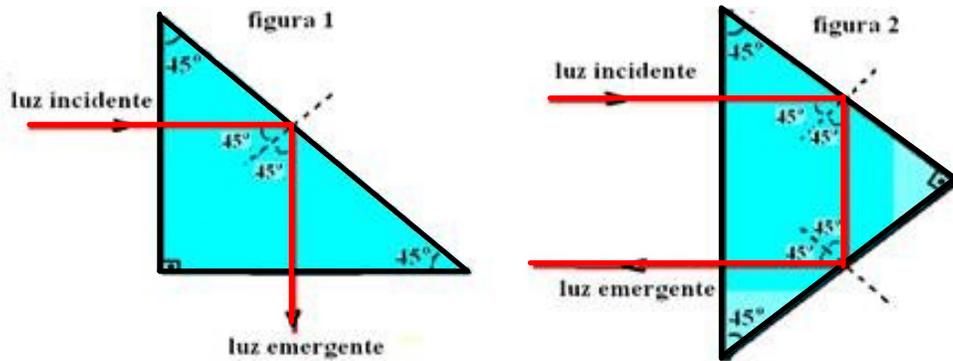
O tipo mais comum é aquele feito de vidro, cuja secção principal é um triângulo retângulo isósceles, imerso no ar.

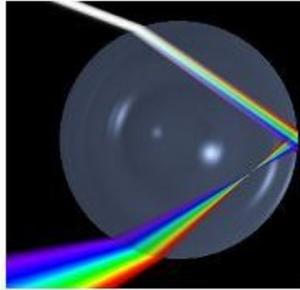
Lembrando-se que o raio de luz no interior do prisma está no meio mais refringente e que o ângulo limite para o par de meios ar-vidro é aproximadamente:

$$\text{sen } \hat{L} = \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{vidro}}} = 0,666$$

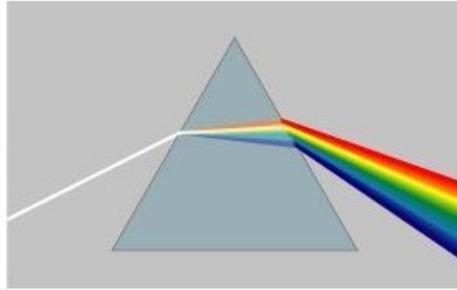
portanto  $L \cong 42^\circ$ , verifica-se que com ângulos de incidência maiores que  $42^\circ$  ocorre a reflexão total, pois satisfaz a condição  $i > L$ .

Nas figuras seguintes, tem-se  $i = 45^\circ$  (maior que  $42^\circ$ ) no interior dos prismas, o que ocasiona a reflexão total em uma ou duas faces, dependendo da face por onde penetra, perpendicularmente, a luz.

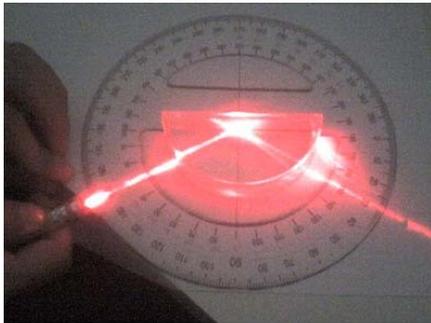




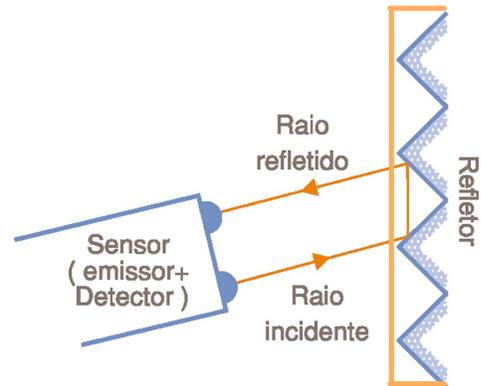
Dispersão da luz numa gota



Dispersão da luz num prisma

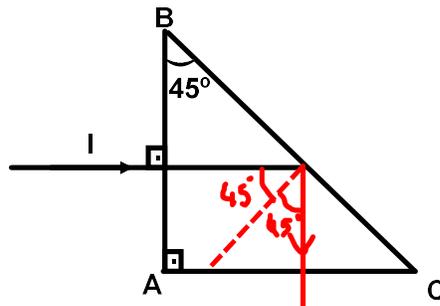


Reflexão total



### Exercícios de aprendizagem:

11) Na figura ao lado,  $ABC$  é a secção principal de um prisma imerso na água, cujo índice de refração é  $4/3$ . Determine qual deve ser o índice de refração do material do prisma para que ocorra reflexão total do raio II na face  $BC$ .



$$\hat{L} < 45^\circ$$

$$\text{sen } L < \frac{n}{n_{\text{H}_2\text{O}}}$$

$$\boxed{n > \frac{2\sqrt{2}}{3}}$$

$$\text{sen } 45^\circ < \frac{n}{\frac{4}{3}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{3} < n$$

$$n > 2\sqrt{2}/3$$