

Cinemática

Assunto: Queda Livre e Lançamentos Verticais

Aula 11 – Queda Livre e Lançamentos Verticais

Para acompanhar esta aula em vídeo, vá na aba Aulas e clique em Cinemática – [aula 11](#)

Queda Livre e Lançamentos Verticais

Quando um corpo é lançado nas proximidades da superfície da Terra fica sujeito a uma aceleração constante, orientada sempre para baixo, na direção vertical, denominada de aceleração da gravidade. Tal aceleração será estudada na Gravitação Universal. Ela existe devido ao campo gravitacional terrestre.

A aceleração da gravidade não é a mesma em todos os lugares da Terra. Ela varia com a latitude e com a altitude. Ela aumenta quando se passa do equador ($g = 9,78039 \text{ m/s}^2$) para o polo ($g = 9,83217 \text{ m/s}^2$). Ela diminui quando se vai da base de uma montanha para o seu cume.

O valor de g , num lugar situado ao nível do mar e à latitude de 45° , chama-se aceleração normal da gravidade.

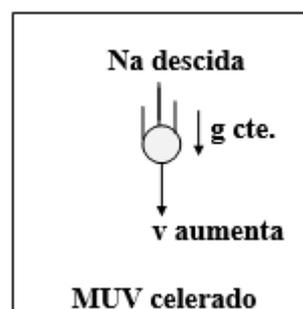
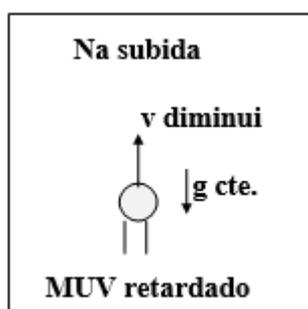
$$g_{\text{normal}} = 9,80665 \text{ m/s}^2$$

Se trabalharmos com dois algarismos significativos apenas, podemos considerar o valor de g como o mesmo para todos os lugares da Terra:

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

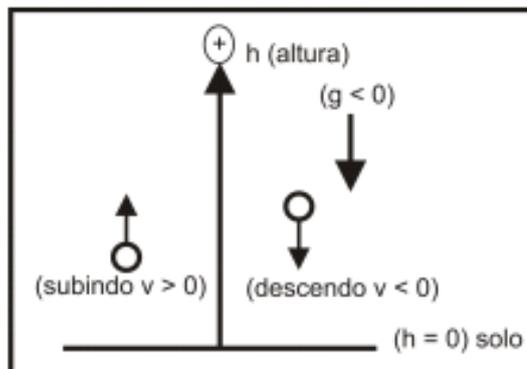
Para facilitar os cálculos normalmente usa-se $g = 10 \text{ m/s}^2$.

A expressão **queda livre**, utilizada com frequência, refere-se a um movimento de descida, livre dos efeitos do ar; é, portanto, um M.U.V. acelerado sob a ação da aceleração da gravidade, assim como no lançamento vertical. Porém no lançamento vertical, quando o corpo sobe o movimento é retardado e quando desce é acelerado.



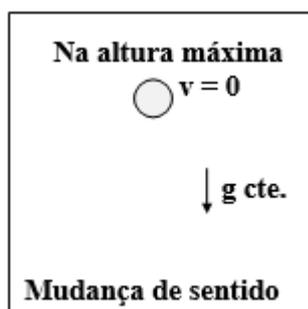
Quando estudamos o MUV, geralmente adotamos o sentido positivo da trajetória para a direita. Agora como o movimento é na vertical é interessante adotarmos um sentido para este movimento. Particularmente prefiro adotar o sentido positivo para cima. Acho que desta maneira os problemas ficam mais fáceis de serem montados e resolvidos. Adotando-se o solo como a origem das alturas, e o sentido da trajetória para cima, a velocidade do móvel na subida será

positiva e na descida negativa. Como a aceleração da gravidade está sempre direcionada para baixo, seu valor algébrico será sempre negativo. Veja na figura abaixo como fica fácil esse raciocínio.



Quando se lança um corpo verticalmente para cima a posição inicial será a altura inicial, sendo assim, se um corpo for lançado verticalmente para cima a partir do solo teremos altura inicial igual a zero (h_0) e velocidade inicial positiva ($v_0 > 0$). Como a aceleração da gravidade é sempre para baixo, então usaremos sempre sinal negativo para ela ($g < 0$). Agora se o corpo for lançado verticalmente para baixo, teremos velocidade inicial negativa ($v_0 < 0$) com aceleração da gravidade continuando a ser negativa.

Outro detalhe muito importante é sobre a altura máxima do corpo. Quando um corpo lançado verticalmente para cima atinge a altura máxima, sua velocidade é momentaneamente nula, pois ela passará de positiva na subida para negativa na descida. Portanto se for pedido o instante ou a altura máxima que o corpo atinge, basta colocar para velocidade do corpo o valor zero ($v = 0$).



Para terminar, um outro termo muito utilizado na queda livre é “**abandona-se um corpo**”. Quando você abandona um corpo supõe-se que o corpo tem a mesma velocidade que sua mão tem, ou seja, se sua mão estiver em repouso a velocidade inicial de queda do corpo será zero ($v_0 = 0$). Uma pegadinha muito utilizada em problemas de Física é uma pessoa com movimento vertical, subindo ou descendo em um balão por exemplo, abandona o corpo em queda livre. Nesse caso a velocidade inicial do corpo será a velocidade do balão, ou seja, $v_0 > 0$ se o balão estiver subindo ou $v_0 < 0$ se o balão estiver descendo.

As equações

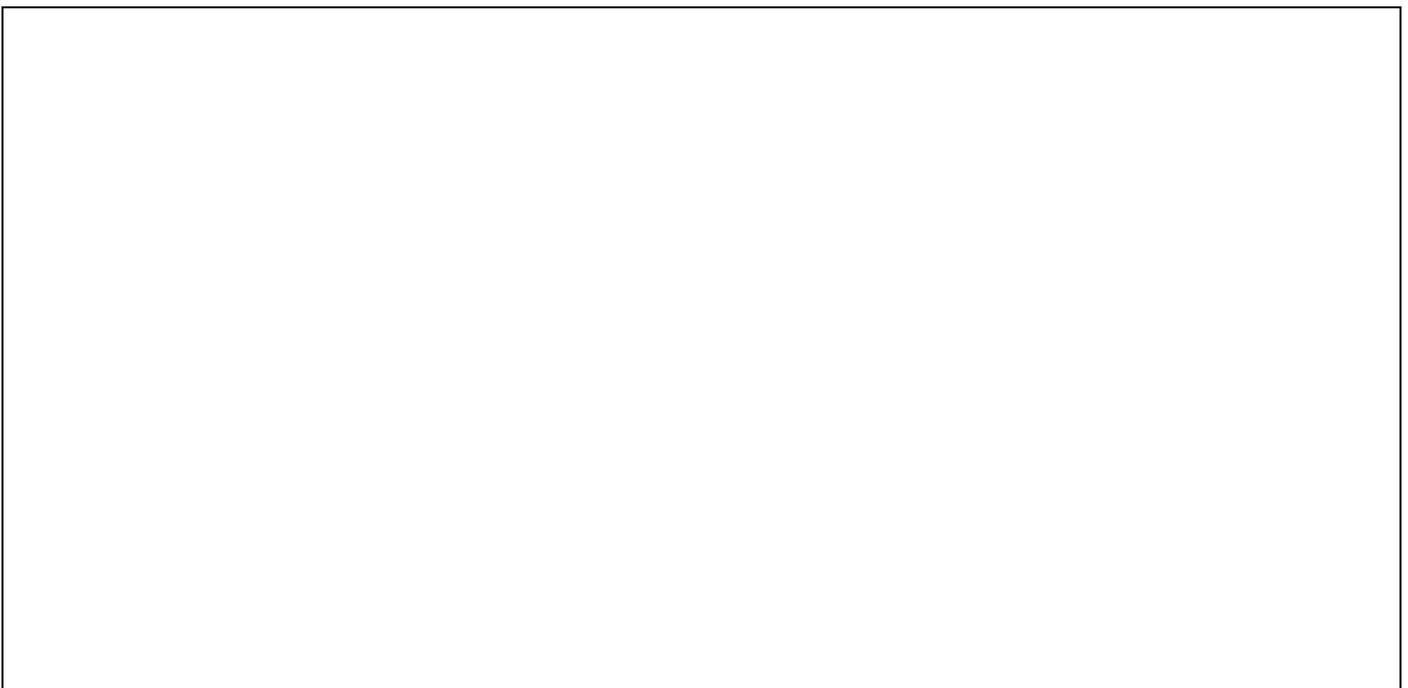
Como já foi dito, nos lançamentos verticais, o movimento é uniformemente variado uma vez que eles estão sobre o efeito da aceleração constante da gravidade. Sendo assim usamos no estudo destes movimentos as funções do MUV, de preferência com algumas adaptações opcionais, que ao meu ver, facilita o estudo.

MUV	LANÇAMENTOS
$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} t^2$	$h = h_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} t^2$ (eq. das alturas)
$v = v_0 + a \cdot t$	$v = v_0 + g \cdot t$ (eq. das velocidades)
$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$	$v^2 = v_0^2 + 2g\Delta s$ (eq. de Torricelli)

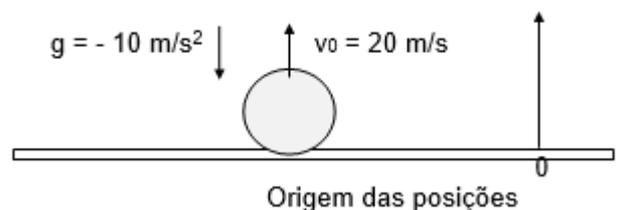
Veja que apenas substituímos a posição “s” pela altura “h” e a aceleração “a” pela aceleração da gravidade “g”. E a partir daí, é só você ter o cuidado de lembrar que o valor da aceleração da gravidade será algebricamente negativa, logicamente quando a orientação da trajetória for para cima, e ter cuidado também com o sinal da velocidade inicial na hora do lançamento, positiva se for para cima, negativa se for para baixo, ou zero se for abandonada do repouso.

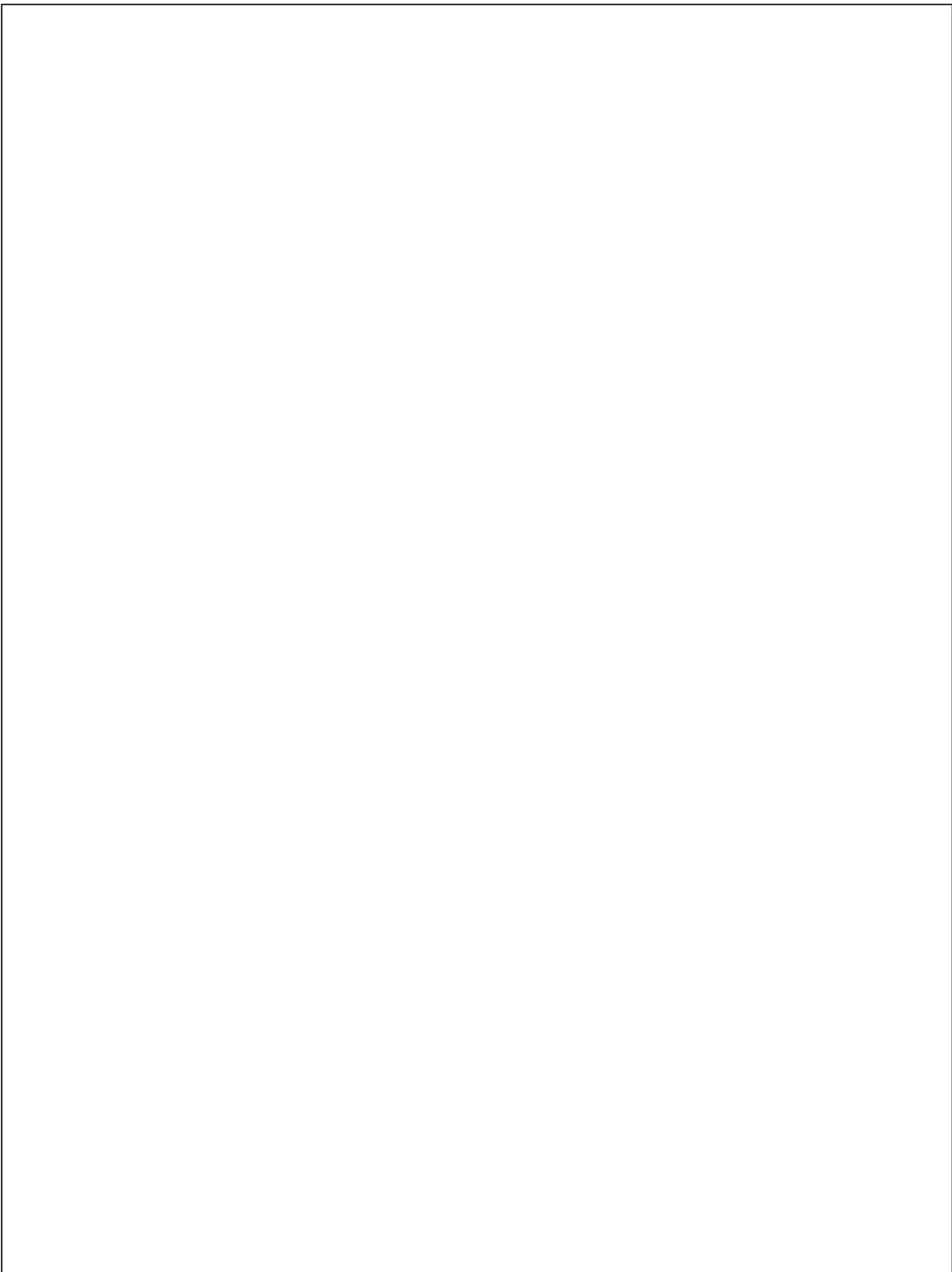
Exercícios de aprendizagem:

- 1) Um corpo é abandonado do alto de uma torre de 125 metros de altura em relação ao solo. Desprezando a resistência do ar e admitindo $g = 10 \text{ m/s}^2$, pede-se:
- o tempo gasto para atingir o solo;
 - a velocidade ao atingir o solo.



- 2) Um corpo é lançado verticalmente para cima, com velocidade inicial de 20 m/s. Desprezando a resistência do ar e admitindo $g = 10 \text{ m/s}^2$, pede-se:
- a função horária das alturas;
 - a função horária das velocidades;
 - o tempo gasto para o corpo atingir a altura máxima;
 - a altura máxima atingida em relação ao solo;
 - o tempo gasto pelo corpo para retornar ao solo;
 - a velocidade do corpo ao tocar o solo.
 - construa os gráficos $h = f(t)$ e $v = f(t)$





3) Do alto de uma montanha de 178,45 metros de altura, lança-se uma pedra verticalmente para baixo, com velocidade inicial de 20 m/s. Desprezando qualquer atrito e sendo $g = 10\text{m/s}^2$, determine:

- a) Qual a velocidade com que a pedra atinge o chão.
- b) Quanto tempo leva a pedra para atingir o chão.

4) Um paraquedista, quando a 120 m do solo, deixa cair uma bomba. Esta leva 4s para atingir o solo. Supondo que a bomba caia em queda livre e adotando a gravidade como $g = 10\text{m/s}^2$, determine a velocidade de queda do paraquedista.

5) Dois corpos são lançados verticalmente para cima do mesmo ponto e com velocidades iniciais iguais a 30 m/s. O segundo corpo é lançado 3s depois do primeiro. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10\text{ m/s}^2$, determine:

- a) o instante e a altura de encontro;
- b) a velocidade dos corpos no instante de encontro.

Exercícios de Fixação:

1) Assinale com V de verdadeiro ou F de falso:

- () 1. As acelerações dos corpos em queda livre dependem das massas dos corpos.
- () 2. Na queda livre o tempo de queda pode ser determinado se conhecermos a altura de queda e a aceleração da gravidade do local.
- () 3. Na queda livre, a velocidade com que o corpo chega ao plano de referência pode ser determinada se conhecermos a altura de queda relativa a esse plano e a aceleração da gravidade do local.
- () 4. Na queda livre os espaços percorridos na vertical são proporcionais ao tempo de percurso.
- () 5. Na queda livre, quando o corpo atinge a metade do percurso, sua velocidade será igual à metade da velocidade com que atinge o plano de referência.
- () 6. Na queda livre os espaços percorridos na vertical são proporcionais aos quadrados dos tempos de percurso.
- () 7. Um corpo lançado verticalmente para cima realiza movimento uniformemente acelerado.
- () 8. No lançamento vertical ascendente no vácuo o tempo de subida é igual ao tempo de queda.
- () 9. A partir de um plano de referência um corpo é lançado verticalmente para cima com velocidade V . Ao retornar ao plano de referência o corpo apresenta velocidade em módulo igual a V .
- () 10. Você poderá calcular a máxima altura atingida por um corpo lançado verticalmente para cima no vácuo se conhecer a velocidade de lançamento e a aceleração da gravidade do local.
- () 11. No ponto de cota máxima, a velocidade de um corpo lançado verticalmente para cima, no vácuo, vale a metade da velocidade de lançamento.
- () 12. Considere um ponto da trajetória de um corpo lançado verticalmente para cima, no vácuo. No retorno, ao passar pelo ponto considerado, o corpo apresenta velocidade em módulo igual à que apresentou na subida.

2) Dois objetos A e B, de massas $m_1 = 1 \text{ Kg}$ e $m_2 = 2 \text{ Kg}$ são simultaneamente lançados verticalmente, para cima, com a mesma velocidade inicial, a partir do solo. Desprezando-se a resistência do ar, podemos afirmar que:

- a) A atinge uma altura menor do que B e volta ao solo ao mesmo tempo que B.
- b) A atinge uma altura menor do que B e volta ao solo antes de B.
- c) A atinge uma altura igual à de B e volta ao solo antes de B.
- d) A atinge uma altura igual à de B e volta ao solo ao mesmo tempo que B.
- e) A atinge uma altura maior do que B e volta ao solo depois de B.

3) Uma bola é lançada para cima com velocidade de 20 m/s ($g = 10 \text{ m/s}^2$). Indique a afirmativa errada (despreze a resistência do ar):

- a) a bola atinge uma altura de 20 m .
- b) no ponto mais alto a velocidade da bola é nula.
- c) no ponto mais alto a aceleração da bola é nula.
- d) a bola retorna ao ponto de partida com velocidade de 20 m/s em módulo.
- e) a bola volta ao ponto de partida depois de 4 s .

4) Querendo determinar a altura de um edifício, um estudante deixou cair uma pedra do terraço e ela levou 3 s para chegar ao chão.

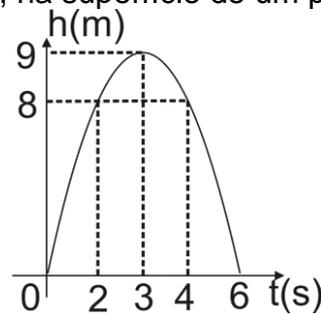
- a) Qual a altura que ele obteve para o edifício?
- b) Qual a velocidade da pedra ao chegar ao chão?

5) Uma pedra é lançada verticalmente para cima do topo de um edifício suficientemente alto, com velocidade de 29,4 m/s. Decorridos 4s deixa-se cair outra pedra. Contada a partir do instante de lançamento da segunda, a primeira passará pela segunda no instante: (dado $g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
 a) $\frac{1}{2} \text{ s}$ b) 2,0 s c) 3,0 s d) 4,0 s e) n.r.a.

6) Um observador vê um corpo cair, passando por sua janela, com velocidade de 10 m/s. 75 metros abaixo, outro observador vê o mesmo objeto passar por ele em queda livre. Admite-se para a aceleração da gravidade do local $g = 10 \text{ m/s}^2$. Qual a velocidade do móvel ao passar pelo segundo observador?
 a) 10 m/s b) 12 m/s c) 15 m/s d) 40 m/s e) n.r.a.

7) Na questão anterior o tempo que o corpo leva para ir de um a outro observador é:
 a) 0,5 s b) 3 s c) 10 s d) 20 s e) n.r.a.

8) A figura representa o gráfico altura x tempo do movimento de um corpo lançado verticalmente para cima, com velocidade inicial V_0 , na superfície de um planeta.



a) Qual a aceleração da gravidade na superfície do planeta?
 b) Qual o valor da velocidade inicial V_0 ?

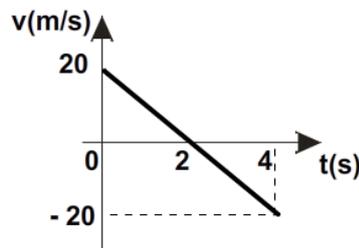
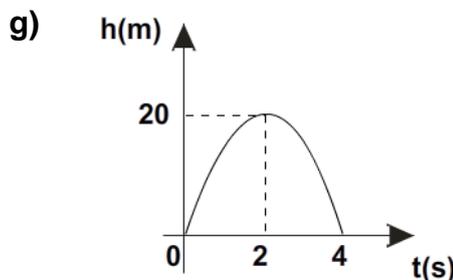
9) Um balão está subindo à razão de 12 m/s e se encontra a uma altura de 80 metros acima do solo quando dele deixa-se cair um embrulho. Quanto tempo leva o embrulho para atingir o solo? Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$

Respostas:

Aprendizagem:

1) a) $t = 5\text{s}$ b) $v = - 50 \text{ m/s}$ (descendo), ou em módulo $v = 50 \text{ m/s}$

2) a) $h = 20 - 5t^2$ b) $v = 20 - 10t$ c) $t = 2\text{s}$ d) $h = 20\text{m}$ e) $t = 4\text{s}$ f) $v = - 20 \text{ m/s}$ (descendo)



3) a) $v = - 63 \text{ m/s}$ (descendo) b) $t = 4,3\text{s}$

4) $v = - 10 \text{ m/s}$ (caindo)

5) a) $t = 4,5\text{s}$ $h = 33,75 \text{ m}$ b) $v_A = - 15 \text{ m/s}$ (descendo) $v_B = 15 \text{ m/s}$ (subindo)

Fixação:

- 1) 1.F 2.V 3.V 4.F 5.F 6.V 7.F 8.V 9.V
- 2) d (Lembre-se do vídeo. Desprezando a resistência do ar os 2 corpos terão a mesma aceleração, que é a aceleração da gravidade)
- 3) c (A velocidade é que é nula. A aceleração é da gravidade e é sempre constante)
- 4) a) 45m b) 30m/s 5) d 6) d (use eq. de Torricelli) 7) b
- 8) a) $g = 2\text{m/s}^2$ b) $v_0 = 6\text{ m/s}$ (sugestão: monte um sistema de 2 equações e 2 variáveis usando as equações de altura e velocidade para o instante de 3s por exemplo)
- 9) $t = 5,4\text{s}$