Cinemática

Assunto: Movimento Uniformemente Variado (MUV)

Aula 10 – Gráfico s x t do MUV

Para acompanhar esta aula em vídeo, vá na aba Aulas e clique em Cinemática – aula 10

Gráfico de uma equação do 2º grau

A equação horária de um movimento uniformemente variado é $s = s_0 + v_0\,t + (a/2)\,t^2$. É uma equação do 2º grau. A equação do 2º grau você aprende a trabalhar com ela no ensino fundamental II. Ela é muito importante para entendermos e construirmos os gráficos s x t que estudaremos a seguir. Então como forma de revisão, irei dar aqui algumas fórmulas importantes para resolvermos as equações do 2º grau e montarmos os gráficos. Logo a seguir dou 3 exercícios envolvendo este conteúdo. Se você não estiver bem nesse conteúdo é importantíssimo que acompanhe a videoaula no endereço acima.

Uma equação do 2º é do tipo: $y = ax^2 + bx + c$

Para calcularmos as raízes da equação, igualamos y a zero: y = 0

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Calculamos o valor de Δ:

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

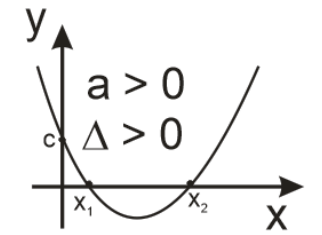
Na hora de construirmos o gráfico da função, se $\Delta > 0$, teremos 2 raízes, ou seja, a curva cortará o eixo x em 2 pontos. Se o $\Delta = 0$, a curva encontrará o eixo x, em apenas 1 ponto. Agora se $\Delta < 0$, não haverá raiz, ou seja, o gráfico não cortará o eixo x.

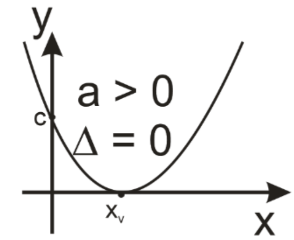
Para calcularmos os valores das raízes, usamos então a fórmula:

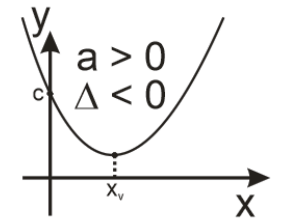
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

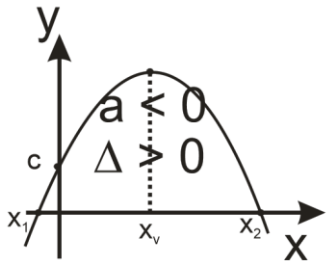
Ao construir o gráfico, observaremos que será uma parábola e, se a > 0, a concavidade da curva será voltada para cima. Caso a < 0, a concavidade será voltada para baixo. Observaremos também que a curva corta o eixo y no ponto em que x = 0. Portanto no ponto (0,c). Ou seja, o valor de “c” é o valor da ordenada da curva no ponto x = 0 (é onde a curva corta o eixo y). Outra coisa que você deve ter estudado, é que o ponto de máximo (se a < 0) e mínimo (se a > 0), nos dará o vértice da parábola, e poderá ser calculado usando:

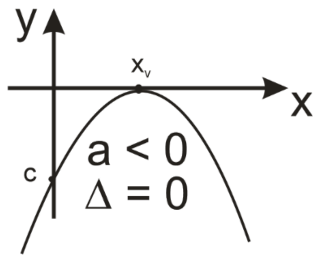
$$x_v = -\frac{b}{2a} \quad e \quad y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

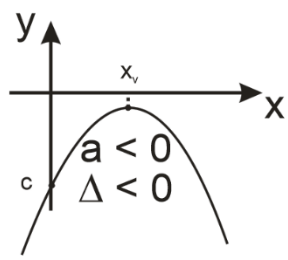












Observe também que nos 4 primeiros casos, estou representando, $c > 0$ e nos 2 últimos $c < 0$.

Exercícios de aprendizagem:

1) Encontre o valor de $f(x) = x^2 + 3x - 10$ para que $f(x) = 0$

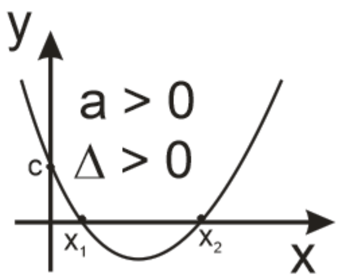
2) Encontre também o ponto de mínimo e construa o gráfico da função $y = f(x)$.

3) A partir do gráfico anterior retorne para a função y = f(x).

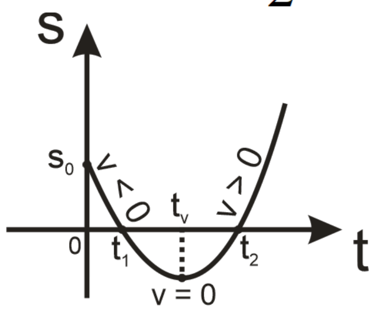
Análise do Gráfico s x t de um MUV

Se compararmos o gráfico da equação horária do MUV com o gráfico de uma equação do 2º grau, poderemos fazer as seguintes observações:

$$y = ax^2 + bx + c$$



$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$



1ª) Observe que o ponto c no primeiro diagrama, equivalerá a posição inicial do móvel no outro diagrama. Como não existe tempo negativo, o diagrama das posições não invade o lado esquerdo (t < 0) do diagrama horário s x t.

2ª) Lembrando da aula 07, vimos as seguintes regras para os gráficos:

$$s \underset{\text{área }(\Delta)}{\overset{\text{tg}}{\rightleftarrows}} v \underset{\text{área }(\Delta)}{\overset{\text{tg}}{\rightleftarrows}} a$$

No gráfico s x t, a tangente da curva nos dará a velocidade do móvel. Como na parábola ficará difícil determinar o valor dessa tangente, aqui no ensino médio, pelo menos dá para saber se em um certo ponto a velocidade é positiva ou negativa. Basta para isso ver se a curva está subindo ou descendo. Portanto no diagrama representado na figura, por exemplo, o gráfico inicia no ponto s_0 e descendo. Isso significa que a velocidade inicial é negativa.

3ª) Aproveitando a observação anterior, verifique que no vértice da parábola a curva não estará nem descendo e nem subindo, ou seja, no vértice a velocidade é igual a zero. Portanto o vértice da parábola irá nos mostrar o instante e a posição em que o móvel inverte o sentido do movimento.

4ª) Não poderíamos deixar de falar da concavidade. A concavidade da parábola depende do sinal do termo do 2º grau. Portanto basta observar o sinal da aceleração. Se a aceleração for positiva a parábola terá concavidade voltada para cima. Já se a aceleração for negativa, a parábola terá concavidade voltada para baixo.

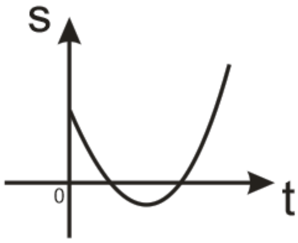
Exemplo: Vamos construir e analisar o gráfico da equação horária $s = 8 - 6t + t^2$ do MUV.

Solução: Como é uma equação do 2º grau, já sabemos que será uma parábola e com concavidade voltada para cima, pois $a > 0$. Temos também que no tempo $t = 0$, esta parábola se inicia no ponto de ordenada 8. Além disso ela inicialmente é descendente, pois $v_0 = -6$ (< 0). Agora temos que achar se ela irá cruzar os eixos dos tempos, ou seja, se passará pela posição zero e, se não passar achar pelo menos o instante e a posição no vértice da parábola, que representará o instante e a posição em que o móvel inverte o sentido do movimento. Então vamos desenvolver isso:

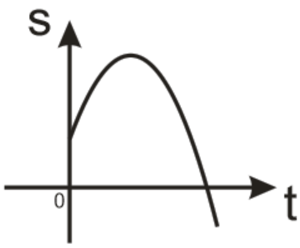
Veja desenvolvimento na videoaula

Exercícios de aprendizagem:

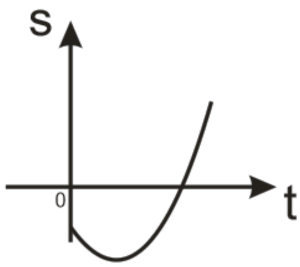
1) Numere a segunda coluna de acordo com a primeira:

(1) 

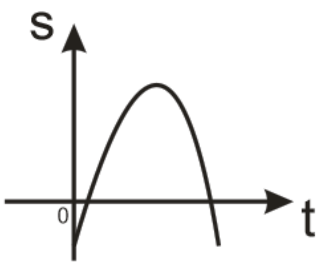
( ) $s_0 < 0$; $v_0 < 0$; $a > 0$

(2) 

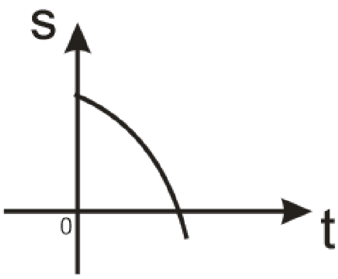
( ) $s_0 > 0$; $v_0 > 0$; $a < 0$

(3) 

( ) $s_0 < 0$; $v_0 > 0$; $a < 0$

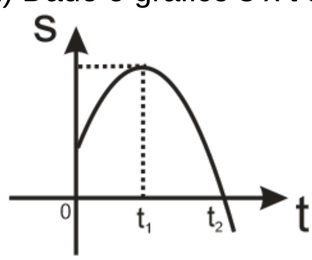
(4) 

( ) $s_0 > 0$; $v_0 < 0$; $a > 0$

(5) 

( ) $s_0 > 0$; $v_0 < 0$; $a < 0$

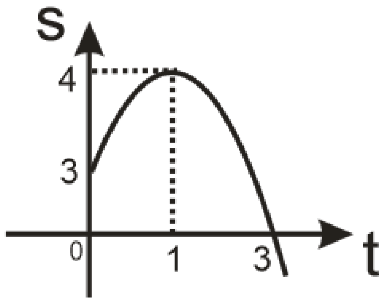
2) Dado o gráfico s x t de um MUV, classifique o movimento em cada trecho indicado:



De 0 a t_1

De t_1 a t_2

3) Dado o gráfico s x t referente a um MUV, determine:



a) O instante em que o móvel pára;

b) a velocidade inicial e a aceleração;

c) a função horária das posições;

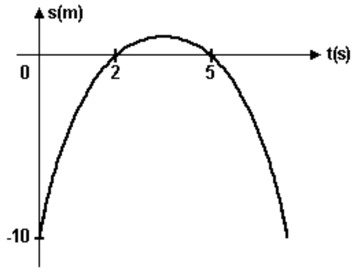
d) a função horária das velocidades.

Exercícios de Fixação:

1) Um corpo movimenta-se em MUV (movimento uniformemente variado) segundo a função horária das posições $s = 32 – 12\ t + t^2$ no SI. Pede-se:

a) Os instantes em que o móvel passará pela origem dos espaços.
b) O instante em que o móvel inverte o sentido do movimento (pára).
c) A posição do móvel quando ele inverter o sentido do movimento.
d) Construa o gráfico s x t desse movimento.
e) A partir desse gráfico, retorne para a função horária que o originou e verifique se sua resposta corresponde a função dada.

2) O movimento de um móvel está representado, a seguir, pelo gráfico das posições (s) em função do tempo (t). A função horária da posição desse móvel é dada pela expressão:



a) $S = -10 + 2\,t - 5\,t^2$

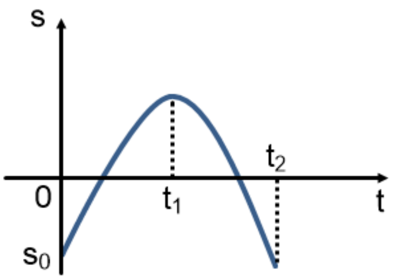
b) $S = -5 + 3{,}5\,t - 0{,}5\,t^2$

c) $S = -10 + 7\,t - t^2$

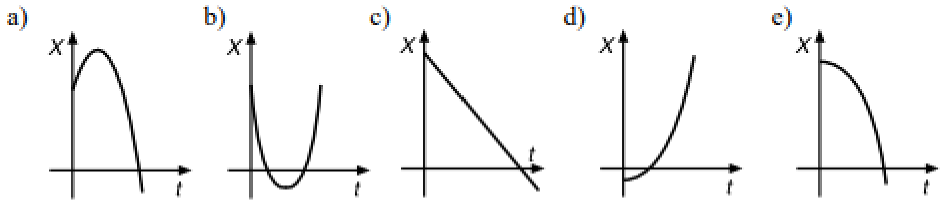
d) $S = -5 + t - 3\,t^2$

e) $S = 5 - 2{,}5\,t^2$

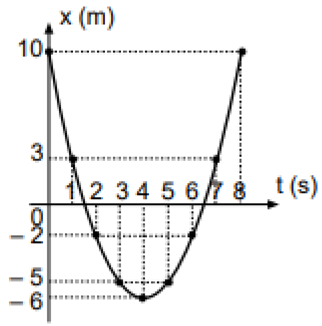
3) Classifique o movimento do móvel em cada trecho do gráfico abaixo (0 a t_1 e t_1 a t_2):

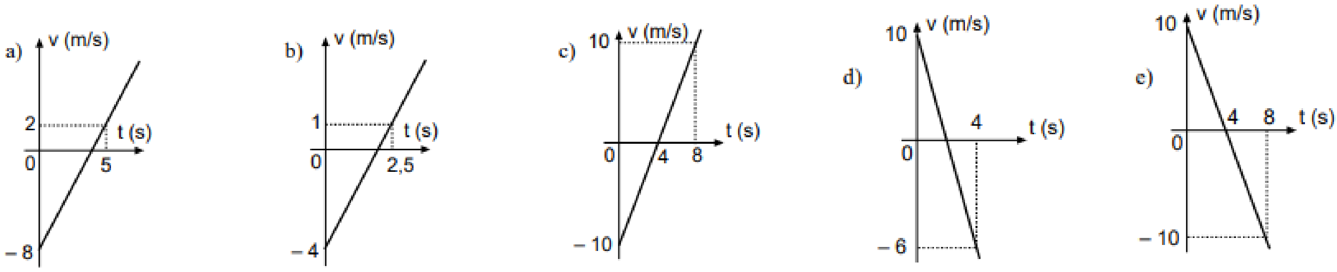


4) (**U. Caxias do Sul-RS)** Um corpo desloca-se com aceleração constante e negativa, estando inicialmente numa posição positiva e, instantes após, invertendo o sentido de seu movimento. O gráfico correspondente à posição x do corpo em função do tempo t, que melhor identifica seu movimento, é:

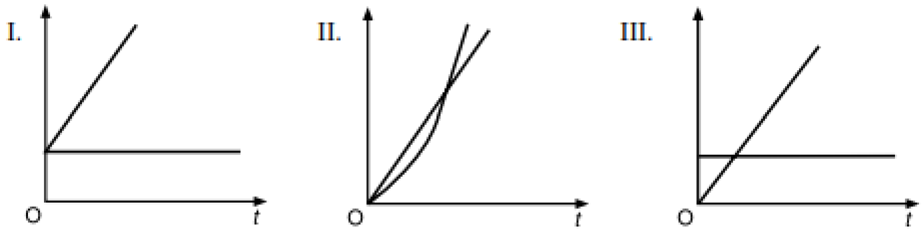


5) **(Mackenzie-SP)** Uma partícula em movimento retilíneo uniformemente variado descreve sua trajetória segundo o gráfico ao lado, no qual podemos ver sua posição assumida (x) em função do tempo (t), medido a partir do instante zero. Dos gráficos abaixo, aquele que representa a velocidade escalar da partícula em função do tempo citado é o da alternativa:





6) **(UFPR)** Um carro está parado diante de um sinal fechado. Quando o sinal abre, o carro começa a mover-se com aceleração constante de 2,0 m/s^2 e, neste instante, passa por ele uma motocicleta com velocidade constante de módulo 14 m/s, movendo-se na mesma direção e sentido. Nos gráficos abaixo, considere a posição inicial do carro como origem dos deslocamentos e o instante em que o sinal abre como origem dos tempos. Em cada gráfico, uma curva refere-se ao movimento do carro e a outra ao movimento da motocicleta.



É correto afirmar:

( ) O carro alcançará a motocicleta quando suas velocidades forem iguais.

( ) O carro alcançará a motocicleta no instante t = 14 s.

( ) O carro alcançará a motocicleta na posição x = 64 m.

( ) As acelerações do carro e da motocicleta, em função do tempo, podem ser representadas pelo gráfico II.

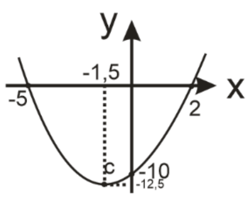
( ) Os deslocamentos do carro e da motocicleta, em função do tempo, podem ser representados pelo gráfico I.

( ) As velocidades do carro e da motocicleta, em função do tempo, podem ser representadas pelo gráfico III.

Respostas:

Aprendizagem:

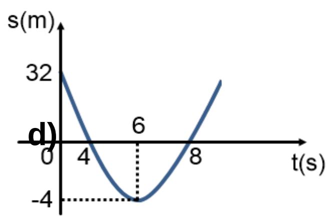
1) x’ = - 5 e x” = 2



2) **3)** $y = x^2 + 3x - 10$

Fixação:

1) a) t_1 = 4s e t_2 = 8s b) t = 6s c) s = - 4 m d)



2) c 3) 0 a t_1 – progressivo retardado ; t_1 a t_2 – retrógrado acelerado. 4) A 5) A (você deve montar a função horária das velocidades para verificar) 6) F – V – F – F – F – V