

Dinâmica das Rotações

Para demonstrar a equação de momento angular, que estudaremos aqui na dinâmica das rotações, precisaríamos saber trabalhar com produto vetorial, que normalmente não é dado no ensino médio.

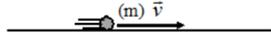
Então para facilitar o estudo da Dinâmica das Rotações irei tentar descrever o estudo de uma maneira, o mais simples possível, sem fugir do rigor Físico, e o mais próximo do nosso cotidiano, para que você saiba trabalhar com o conteúdo a nível do ensino médio.

Impulso, quantidade de movimento e colisões

Vídeo	Conteúdo	Duração
aula 01	Impulso, Quantidade de Movimento, Teorema do Impulso e a Conservação da Quantidade de Movimento.	1h 5 min
aula 02	Colisões unidimensionais.	1h
aula 03	Colisões bidimensionais.	28 min

Quantidade de Movimento:

Considere uma partícula de massa "m", dotada de velocidade \vec{v} :



Por definição, chama-se quantidade de movimento da partícula o vetor:

$$\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$$

O vetor \vec{Q} tem as seguintes características: a) módulo: $|\vec{Q}| = m \cdot |\vec{v}|$

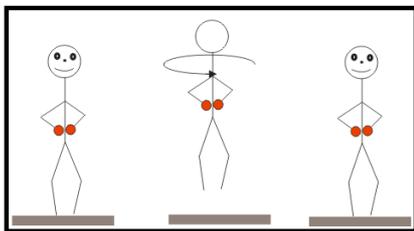
b) direção: à mesma de \vec{v}

c) sentido: o mesmo de \vec{v}

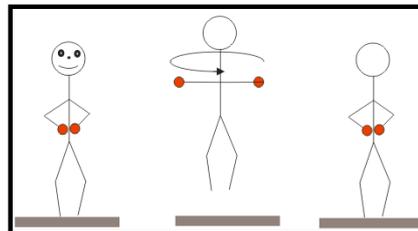
nov 20-07:57

Dinâmica das Rotações

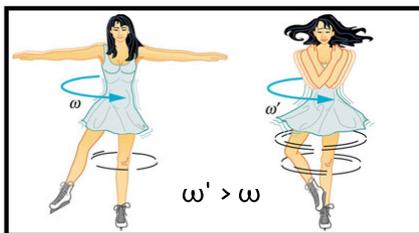
$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{L} \rightarrow \text{vetor momento angular} \\ I \rightarrow \text{momento de inércia} \\ \vec{\omega} \rightarrow \text{vetor velocidade angular} \end{array} \right.$$



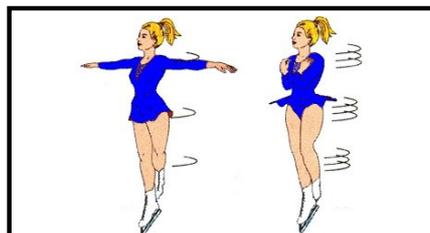
Giro com braços fechados (360°)



Giro com braços abertos (180°)



$$\omega' > \omega$$

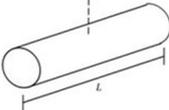
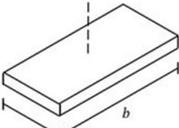
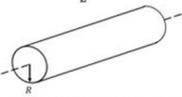
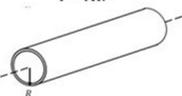


As bailarinas trazem os braços junto ao corpo quando querem aumentar a velocidade de giro. Já quando elas querem parar de girar ou diminuir a velocidade de giro, elas abrem os braços.

nov 20-07:57

Dinâmica das Rotações

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{L} \rightarrow \text{vetor momento angular} \\ I \rightarrow \text{momento de inércia} \\ \vec{\omega} \rightarrow \text{vetor velocidade angular} \end{array} \right.$$

$I = \frac{1}{12}ML^2$  Barra delgada, eje pasando por el centro	$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$  Placa rectangular, eje pasando por el centro
$I = \frac{1}{2}MR^2$  Cilindro sólido, eje pasando por el centro del cilindro	$I = \frac{2}{5}MR^2$  Esfera sólida, eje pasando por el centro
$I = MR^2$  Cáscara Cilíndrica, eje pasando por el centro del cilindro	$I = \frac{2}{3}MR^2$  Cáscara esférica, eje pasando por el centro

nov 20-07:57

Dinâmica das Rotações

Momento de Inércia

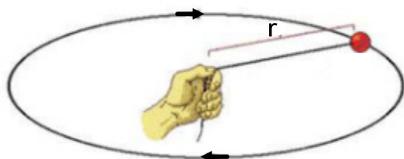
Como vimos, o aumento ou diminuição da velocidade de giro podem, portanto, ser obtidos pela alteração da distribuição das massas em rotação, ou seja, alterando a inércia rotacional do que está girando.

Quando tem início uma rotação, quanto maior esta inércia, mais difícil será atingir uma certa velocidade de rotação, sob a ação de um mesmo agente externo. Esta dificuldade de giro ou inércia rotacional é denominada **MOMENTO DE INÉRCIA**.

O Momento de Inércia é para as rotações o que a massa é para as translações, só que ele depende da massa do corpo e também da sua distribuição em torno do eixo de rotação.

A expressão mais simples para definição do momento de inércia é a relativa a um corpo de dimensões irrelevantes girando em torno de um eixo de rotação situado fora dele, tal como uma pedra girando presa a um fio.

Para este corpo, calculamos o valor do momento de inércia pela expressão:



$$I = mr^2$$

Onde, no SI de unidades:

- I = momento de inércia, expresso em kg.m²
- m = massa do corpo expressa em kg.
- r = raio de rotação (distância do corpo ao eixo de rotação), expresso em m.

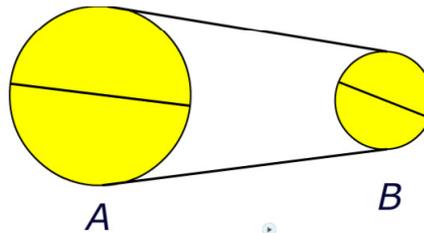
nov 20-07:57

Dinâmica das Rotações

Momento Angular

Já estudamos nos movimentos de translação sobre conservação da quantidade de movimento, que costuma-se também chamar de conservação do momento linear. Nos movimentos de rotação ocorre mais ou menos a mesma coisa.

Nas situações em que o início do movimento de rotação de um corpo depende da interação com outro já em movimento, admitimos que há uma troca ou intercâmbio de "algo" entre eles, que faz com que o corpo que estava em repouso comece a girar e que o corpo que estava girando diminua sua velocidade de rotação.



Para uma definição simples de **momento angular** podemos dizer que é uma grandeza física associada à distribuição de massa e a rotação de um corpo. Se não houver rotação, o momento angular será nulo.

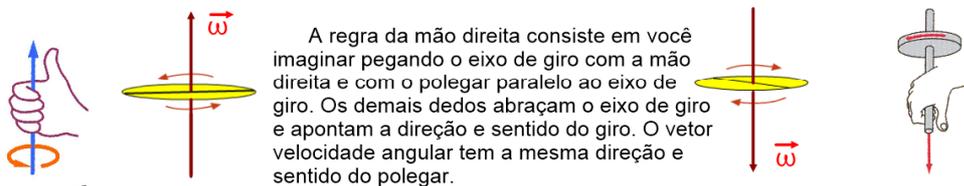
dez 24-06:59

Dinâmica das Rotações

Momento Angular

O **momento angular** é uma grandeza vetorial e que terá a mesma direção e sentido do vetor **velocidade angular**.

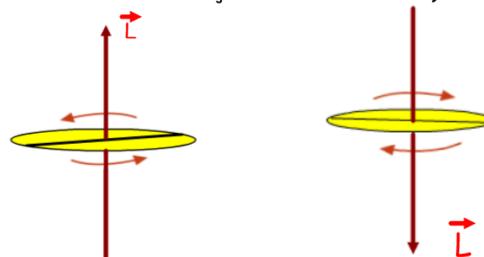
Velocidade angular e a regra da mão direita:



A regra da mão direita consiste em você imaginar pegando o eixo de giro com a mão direita e com o polegar paralelo ao eixo de giro. Os demais dedos abraçam o eixo de giro e apontam a direção e sentido do giro. O vetor velocidade angular tem a mesma direção e sentido do polegar.

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

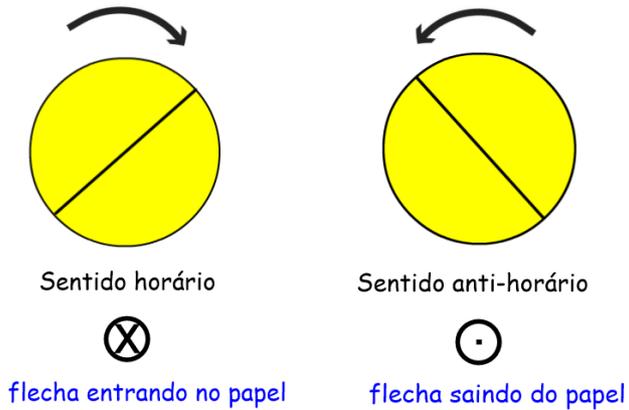
$\vec{L} \rightarrow$ vetor momento angular (\vec{L} tem a mesma direção e sentido de $\vec{\omega}$)
 $I \rightarrow$ momento de inércia
 $\vec{\omega} \rightarrow$ vetor velocidade angular



dez 24-07:00

Dinâmica das Rotações

Momento Angular



dez 24-07:02

Exercícios de aprendizagem:

1) Um ciclista utiliza uma bicicleta cuja roda tem massa total de 2 kg, praticamente toda concentrada em sua borda, cujo raio é 30cm e que se desloca horizontalmente com velocidade 5 m/s. Qual o valor do momento angular da roda da bicicleta? Considere o momento de inércia da roda $I = m R^2$.



nov 28-09:01

Exercícios de aprendizagem:

1) Um ciclista utiliza uma bicicleta cuja roda tem massa total de 2 kg, praticamente toda concentrada em sua borda, cujo raio é 30cm e que se desloca horizontalmente com velocidade 5 m/s. Qual o valor do momento angular da roda da bicicleta? Considere o momento de inércia da roda $I = m R^2$.



Solução:

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$R = 30 \text{ cm}$$

$$v = 5 \text{ m/s}$$

$$L = ?$$

$$L = I \cdot \omega$$

$$L = 0,18 \cdot \frac{5}{0,3}$$

$$L = 0,6 \cdot 5$$

$$L = 3 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

$$I = m \cdot R^2$$

$$I = 2 \text{ kg} \cdot (0,3^2) \text{ m}^2$$

$$I = 2 \text{ kg} \cdot 0,09 \text{ m}^2$$

$$I = 0,18 \text{ kg m}^2$$

$$v = \omega \cdot R$$

$$5 \text{ m/s} = \omega \cdot 0,3 \text{ m}$$

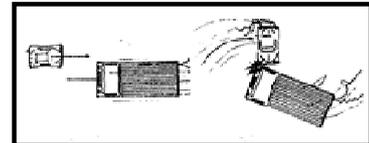
$$\omega = \frac{5 \text{ m/s}}{0,3 \text{ m}}$$

$$\omega = \frac{5}{0,3} \text{ rad/s}$$

nov 28-09:01

Exercícios de aprendizagem:

2) Numa batida não totalmente frontal, entre um automóvel e um caminhão, o automóvel sofre um giro maior que o caminhão. Assinale a alternativa que melhor explica esta situação:



- a) A força aplicada sobre o automóvel é menor do que a aplicada sobre o caminhão;
- b) A força de atrito sobre o caminhão é maior do que a que age sobre o automóvel;
- c) O momento de inércia do caminhão é maior que o do automóvel;
- d) Os pneus do automóvel provavelmente estão carecas;
- e) A massa do caminhão é maior que a do automóvel.

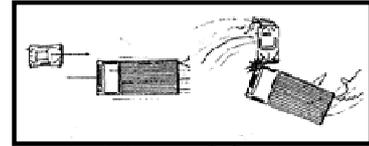
3) Assinale a alternativa CORRETA:

- a) força, massa e tempo são grandezas escalares;
- b) momento de inércia é grandeza vetorial;
- c) momento linear e momento angular são grandezas vetoriais;
- d) velocidade e aceleração são grandezas escalares;
- e) momento de inércia e momento angular são grandezas escalares.

nov 28-09:01

Exercícios de aprendizagem:

2) Numa batida não totalmente frontal, entre um automóvel e um caminhão, o automóvel sofre um giro maior que o caminhão. Assinale a alternativa que melhor explica esta situação:



- a) A força aplicada sobre o automóvel é menor do que a aplicada sobre o caminhão;
 b) A força de atrito sobre o caminhão é maior do que a que age sobre o automóvel;
X O momento de inércia do caminhão é maior que o do automóvel;
 d) Os pneus do automóvel provavelmente estão carecas;
 e) A massa do caminhão é maior que a do automóvel.

3) Assinale a alternativa CORRETA:

- a) força, massa e tempo são grandezas escalares;
 b) momento de inércia é grandeza vetorial;
X momento linear e momento angular são grandezas vetoriais;
 d) velocidade e aceleração são grandezas escalares;
 e) momento de inércia e momento angular são grandezas escalares.

nov 28-09:01

Conservação do Momento Angular

Em um sistema fechado, com a ausência de forças externas, do mesmo jeito que ocorre com a conservação da quantidade de movimento nas translações, ocorrerá também com as rotações a conservação da quantidade de movimento de rotação, o que chamamos de CONSERVAÇÃO DO MOMENTO ANGULAR.

$$\vec{L}_i = \vec{L}_f \left\{ \begin{array}{l} \text{O vetor momento angular inicial é igual ao vetor} \\ \text{momento angular final para um sistema fechado.} \end{array} \right.$$

Exemplos:

1) Em uma cadeira giratória se você tentar girar a cadeira dando um torque no corpo, a cadeira irá girar em sentido contrário, anulando o momento angular. Lembre-se que no início o momento angular era nulo.



Gref

2) Se uma pessoa sentada em uma cadeira giratória, retirar os pés do chão e tentar girar outra pessoa, sentada em outra cadeira giratória, também com os pés fora do chão, acabará girando no sentido oposto a esta.



Gref

nov 28-09:01

Conservação do Momento Angular

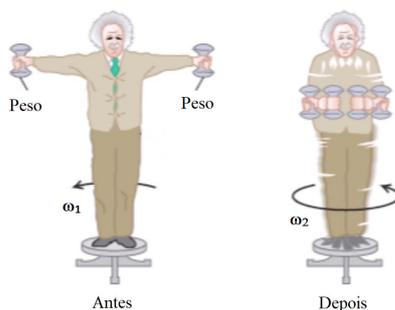
- 3) Você com certeza já observou que o helicóptero tem uma hélice vertical posicionada em sua calda. A função desta hélice é produzir uma força capaz de compensar o giro do corpo do helicóptero provocado pelo giro da hélice principal. Pela conservação do momento angular, se a hélice principal apoiada no corpo do helicóptero girar no sentido horário, o corpo do helicóptero giraria no sentido anti-horário.



nov 28-09:01

Exercícios de aprendizagem:

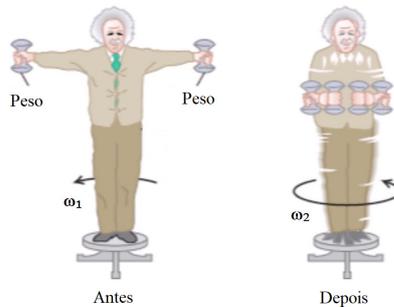
- 4) Um homem está de pé em uma plataforma que gira com velocidade angular de $2,0 \text{ rad/s}$. O homem mantém seus braços estendidos horizontalmente segurando um corpo de $5,0 \text{ kg}$ em cada mão. Nessa situação, o momento de inércia do conjunto (homem-corpo) é $15 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Num determinado momento, o homem deixa suas mãos caírem ao longo do corpo reduzindo o momento de inércia do conjunto para $5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Determine a velocidade angular final do conjunto.



dez 16-11:01

Exercícios de aprendizagem:

4) Um homem está de pé em uma plataforma que gira com velocidade angular de 2,0 rad/s. O homem mantém seus braços estendidos horizontalmente segurando um corpo de 5,0 kg em cada mão. Nessa situação, o momento de inércia do conjunto (homem-corpo) é 15 kg . m². Num determinado momento, o homem deixa suas mãos caírem ao longo do corpo reduzindo o momento de inércia do conjunto para 5 kg . m². Determine a velocidade angular final do conjunto.



Solução:

$$\begin{aligned}
 \omega_0 &= 2,0 \text{ rad/s} & L_0 &= L_f & \omega &= \frac{30}{5} \\
 m &= 5,0 \text{ kg (cada mão)} & I_0 \cdot \omega_0 &= I \cdot \omega & \omega &= 6,0 \text{ rad/s} \\
 I_0 &= 15 \text{ kg.m}^2 & 15 \cdot 2,0 &= 5 \cdot \omega & & \\
 I &= 5 \text{ kg.m}^2 & \omega &=? & & \\
 & & 30 &= 5 \cdot \omega & &
 \end{aligned}$$

dez 16-11:01

Exercícios de aprendizagem:

5) Definimos momento de inércia de um corpo a grandeza que nos informa a _____ (facilidade/dificuldade) de giro ou inércia de rotação. O momento de inércia depende da _____ (temperatura/massa) e da sua distribuição em torno do eixo de rotação. Quanto maior a massa, _____ (maior/menor) é o momento de inércia. Quanto maior a distância dos pontos que compõem o corpo em relação ao eixo de rotação, _____ (menor/maior) é o momento de inércia do corpo. Quanto maior é o momento de inércia _____ (menor/maior) é a dificuldade de giro. Para um equilibrista melhorar o seu equilíbrio ele utiliza uma vara para _____ (aumentar/diminuir) seu momento de inércia. Quando uma bailarina inicia seu giro e fecha os braços, sua velocidade de rotação _____ (aumenta/diminui).

Definimos a grandeza velocidade angular como a razão entre _____ (o ângulo descrito/a distância percorrida) por um ponto de um corpo e o intervalo de tempo necessário. A velocidade angular nos informa sobre a _____ (dificuldade/rapidez) de giro, sendo uma grandeza _____ (escalar/vetorial) cuja direção é _____ (paralela/perpendicular) ao eixo de rotação de sentido dado pelo polegar da mão (esquerda/direita) com os outros dedos informando o sentido de giro.

Análogo ao momento linear de um objeto que translada, definimos a grandeza momento angular como aquela que nos informa a quantidade de movimento angular de um corpo que gira. Quanto maior o momento de inércia de um corpo, _____ (maior/menor) será o seu momento angular e quanto maior a velocidade angular, _____ (maior/menor) será o seu momento angular. Para um corpo que possui momento angular constante, quanto menor o momento de inércia, _____ (maior/menor) é a velocidade angular.

dez 16-11:01

Exercícios de aprendizagem:

5) Definimos momento de inércia de um corpo a grandeza que nos informa a dificuldade (facilidade/dificuldade) de giro ou inércia de rotação. O momento de inércia depende da massa (temperatura/massa) e da sua distribuição em torno do eixo de rotação. Quanto maior a massa, maior (maior/menor) é o momento de inércia. Quanto maior a distância dos pontos que compõem o corpo em relação ao eixo de rotação, maior (menor/maior) é o momento de inércia do corpo. Quanto maior é o momento de inércia maior (menor/maior) é a dificuldade de giro. Para um equilibrista melhorar o seu equilíbrio ele utiliza uma vara para aumentar (aumentar/diminuir) seu momento de inércia. Quando uma bailarina inicia seu giro e fecha os braços, sua velocidade de rotação aumenta (aumenta/diminui).

Definimos a grandeza velocidade angular como a razão entre o ângulo descrito (o ângulo descrito/a distância percorrida) por um ponto de um corpo e o intervalo de tempo necessário. A velocidade angular nos informa sobre a rapidez (dificuldade/rapidez) de giro, sendo uma grandeza vetorial (escalar/vetorial) cuja direção é paralela (paralela/perpendicular) ao eixo de rotação de sentido dado pelo polegar da mão (esquerda/direita) com os outros dedos informando o sentido de giro.

Análogo ao momento linear de um objeto que translada, definimos a grandeza momento angular como aquela que nos informa a quantidade de movimento angular de um corpo que gira. Quanto maior o momento de inércia de um corpo, maior (maior/menor) será o seu momento angular e quanto maior a velocidade angular, maior (maior/menor) será o seu momento angular. Para um corpo que possui momento angular constante, quanto menor o momento de inércia, maior (maior/menor) é a velocidade angular.

dez 16-11:01