Unidade XI: Ondulatória e Movimento Harmônico Simples (MHS)

11.1 - Movimento Harmônico Simples (MHS):

Todo movimento harmônico simples (MHS) é periódico e oscilatório. O termo harmônico provém do fato de que suas funções horárias são senoidais que na Trigonometria são denominadas funções harmônicas. (No movimento harmônico temos também as funções horárias co-senoidais).

11.1.1 - Movimento Periódico:

Todo movimento onde uma mesma situação se repete em intervalos de tempo iguais.

No movimento periódico, definem-se:

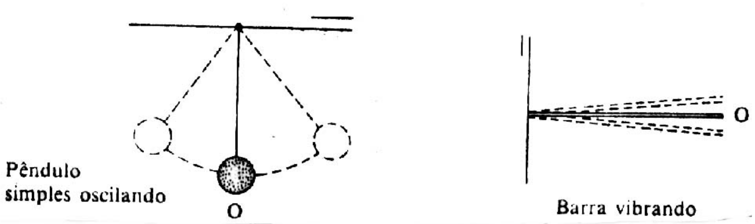
a) Período (T): o menor intervalo de tempo para a repetição do fenômeno.
b) Freqüência (f): o número de vezes que a mesma situação é repetida por unidade de tempo.

Sabe-se que: $f \cdot T = 1$ $T = 1/f$ ou $f = 1/T$

11.1.2 - Movimento Oscilatório (ou Vibratório):

Todo movimento de vaivém realizado simetricamente em torno de um ponto de equilíbrio.

O ponto de equilíbrio (0) corresponde ao ponto de oscilação ou vibração nula. Um pêndulo simples oscilando ou uma barra rígido vibrando, como nas figuras seguintes representam esse movimento.



Através do pêndulo simples, estudam-se alguns conceitos básicos para o entendimento do MHS.

11.1.3 - Pêndulo Simples:

Dispositivo constituído por uma partícula pesada, suspensa por um fio ideal de comprimento **L** (fig 1).

Num determinado local, desprezadas as forças dissipativas (como a resistência do ar), o corpo pendular, quando devidamente movimentado, oscila simetricamente em torno da posição 0 de equilíbrio, tendo como extremos os pontos A e B (figura 2).

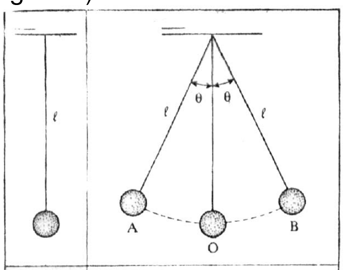


Figura 1 Figura 2

O movimento pendular é periódico. O ângulo θ é denominado **amplitude** do pêndulo. Esse ângulo é formado pelo alongamento máximo do fio com a vertical que passa pelo ponto de suspensão. Para pequenas amplitudes ($\theta \cong 50$), o período de oscilação é expresso por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

ATENÇÃO: O período de um pêndulo simples:

- só depende do comprimento do fio e da aceleração da gravidade local;
- não depende da massa pendular;
- é isócrono, isto é, o período não depende da amplitude.

EXEMPLO: Um pêndulo simples, de comprimento 90cm, realiza pequenas oscilações num local onde $g = 10m/s^2$. Determine o período e a freqüência das oscilações.

Resolução: **L = 90cm = 0,9m**
$g = 10\ m/s^2$

Aplicando-se fórmula do período do pêndulo simples:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0,9}{10}} \Rightarrow T \cong 1,88s$$

Como $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f \cong \frac{1}{1,88} \Rightarrow f \cong 0,53Hz$

Exercício de aprendizagem:

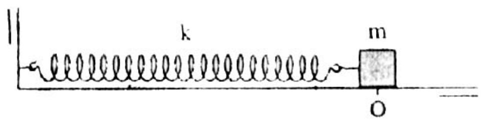
Um pêndulo simples oscila num plano vertical com pequena amplitude.

a) Do que depende o tempo decorrido numa oscilação?
b) Se o pêndulo fosse quatro vezes mais comprido, o período seria maior ou menor? Quantas vezes?

11.2 - Oscilador Harmônico:

Didaticamente, estuda-se uma partícula realizando um MHS no oscilador harmônico.

Um oscilador harmônico consiste numa partícula de massa **m** presa a uma mola ideal de constante elástica **K**. Na figura, o conjunto está sobre um plano horizontal sem atrito, com a partícula na posição 0 de equilíbrio, isto é, a mola está no seu estado natural.

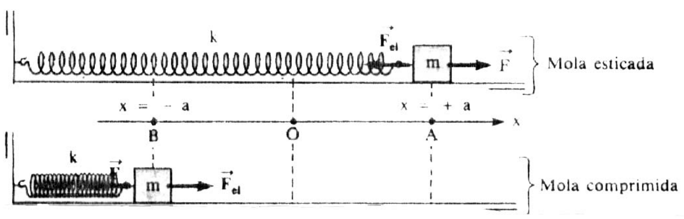


Oscilador harmônico

Aplicando-se uma força externa $\vec{F}$ sobre o corpo, no sentido de esticar ou comprimir a mola, e soltando-o, o mesmo começa a executar um MHS de período T. Supondo-se que não haja forças dissipativas, o valor x do deslocamento efetuado é chamado de amplitude (a) do MHS. A trajetória retilínea do corpo é orientada, e o ponto 0, de equilíbrio, é a sua origem. Portanto, pode-se ter x = +a (ponto A) com a mola esticada e x = -a (ponto B) com a mola comprimida. A força $\vec{F}$ aplicada é, a cada instante, igual em valor absoluto, à força elástica $\vec{F}_{el}$, expressa por:

F_{el} = -Kx (Lei de Hooke)

O sinal menos significa que a força elástica é restauradora, ou seja, está sempre orientada para a posição 0 de equilíbrio.



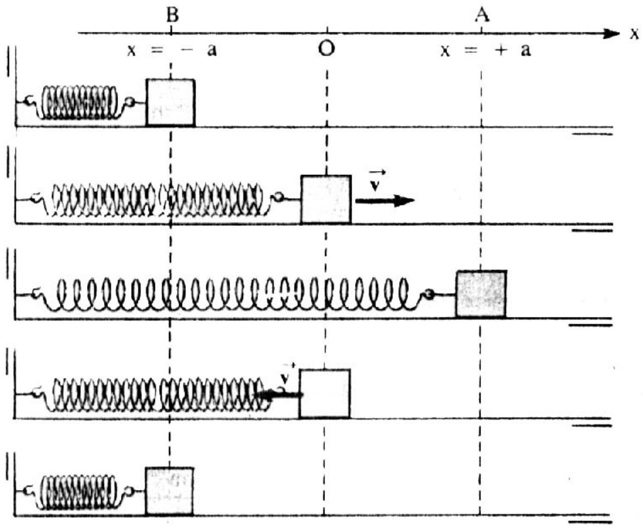
Nota-se que, na posição de equilíbrio (x = 0), a força elástica é nula e, nos extremos A e B, assume o valor máximo em módulo.

Como $|\vec{F}| = |\vec{F}_{el}|$:

$F = -F_{el}$ ($F = m \cdot a$, da 2ª. lei de Newton)

$m \cdot a = -K \cdot x$ $\quad a = -\dfrac{k \cdot x}{m}$ $\quad$ Aceleração escalar instantânea de uma partícula em MHS, na posição x.

Sendo T o período do MHS e começando-se a contar o tempo (t = 0) a partir do ponto extremo B, as figuras seguintes representam as posições da partícula a cada um quarto de período, até completá-lo.



$\{t = 0 \Rightarrow x = -a \quad (v = 0)$

$\left\{ t = \dfrac{T}{4} \Rightarrow x = 0 \quad (v > 0) \right.$

$\left\{ t = \dfrac{T}{2} \Rightarrow x = a \quad (v = 0) \right.$

$\left\{ t = \dfrac{3T}{4} \Rightarrow x = 0 \quad (v < 0) \right.$

$\{t = T \Rightarrow x = -a \quad (v = 0)$

; a partícula está mudando de sentido e, na posição

13.3 - Energia Mecânica:

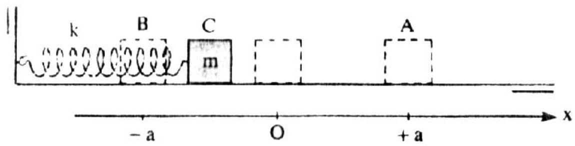
Dado um sistema mola partícula, pela Conservação da Energia, sabe que a energia mecânica total é a soma das energias cinética (E_c) e potencial (E_{pel}), ou seja:

$E = E_c + E_{pel}$

onde : $E_c = \dfrac{mv^2}{2}$ - é a expressão da energia cinética, que está relacionada a corpos em movimento;

$E_{pel} = \dfrac{K \cdot x^2}{2}$ - é a expressão da energia potencial elástica, que está relacionada à posição de um corpo.

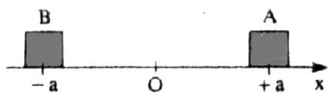
A seguir ilustramos uma partícula de massa m presa a uma mola de constante elástica K, realizando um MHS, de amplitude a, com extremos A e B. O ponto C é um ponto intermediário qualquer.



Quando a partícula estiver:

a) num dos pontos extremos A ou B: $x = \pm a$ e $v = 0$

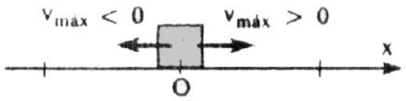
Então: $\begin{cases} E_c = 0 \\ E_{pel} = \dfrac{k \cdot x^2}{2} = \dfrac{k(\pm a)^2}{2} = \dfrac{k \cdot a^2}{2} \end{cases}$



Portanto: $E = 0 + \dfrac{k \cdot a^2}{2} \Rightarrow E \dfrac{k \cdot a^2}{2}$ Quanto maior é a energia mecânica total cedida ao sistema, maior é a amplitude do MHS.

b) no ponto 0 de equilíbrio: x = 0 e v = ± $V_{máx}$

Então: $\begin{cases} E_c = \dfrac{m \cdot v^2}{2} = \dfrac{m(\pm V_{max})^2}{2} = \dfrac{m \cdot V_{max}^2}{2} \\ E_{pel} = 0 \end{cases}$

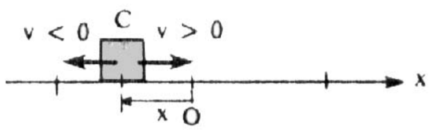


Portanto: E = $\dfrac{m \cdot V_{max}^2}{2}$ + 0 $\Rightarrow$ E = $\dfrac{m \cdot V_{max}^2}{2}$

Quanto maior é a energia total cedida ao sistema, maior é a velocidade máxima.

c) num ponto C qualquer:

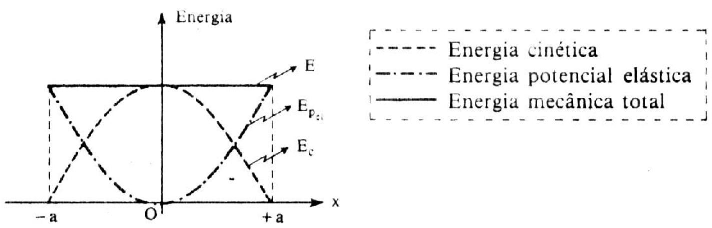
Então: $\begin{cases} E_c = \dfrac{m \cdot v^2}{2} \\ E_{pel} = \dfrac{k \cdot x^2}{2} \end{cases}$



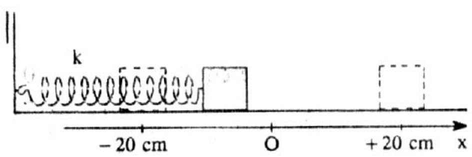
Portanto: E = $\dfrac{m \cdot v^2}{2}$ + $\dfrac{k \cdot x^2}{2}$

Expressão geral da energia mecânica total do sistema.

Dessa maneira, o diagrama das energias em função da abscissa x, fica assim:



Aplicação:
A figura ilustra uma partícula de massa m = 0,5kg, oscilando em torno da posição 0, com MHS. Desprezando as forças dissipativas e sendo k = 200 N/m a constante elástica da mola, determine:



a) a energia mecânica total do sistema;
b) a velocidade da partícula, ao passar pela posição de equilíbrio;
c) a velocidade da partícula, no instante em que ela passa pela posição x = + 10cm.

Resolução: **m = 0,5kg**
k = 200 N/m

a) Pela figura, a amplitude do MHS vale: a = 20cm = 0,2m.
A energia mecânica total, quando a partícula estiver nos extremos, é expressa por:

E = $\dfrac{k \cdot a^2}{2} \Rightarrow E = \dfrac{200(0,2)^2}{2} \Rightarrow$ E = 4J

b) A energia mecânica total do sistema, quando a partícula estiver passando pelo ponto 0 de equilíbrio, é expressa por:

$E = \dfrac{m \cdot V_{max}^2}{2}$ Logo: $4 = \dfrac{0{,}5 \cdot V_{max}^2}{2} \Rightarrow V_{máx} = \pm$ 4m/s

O sinal mais significa que a partícula está-se movendo no sentido da orientação do eixo x e o sinal menos, o contrário.

c) Pela expressão geral da energia mecânica total do sistema, tem-se:

$E = \dfrac{m \cdot v^2}{2} + \dfrac{k \cdot x^2}{2}$, onde x = 10cm = 0,1m

$4 = \dfrac{0{,}5 \cdot V^2}{2} + \dfrac{200(0{,}1)^2}{2} \Rightarrow v^2 = 12 \Rightarrow v \cong \pm$ 3,46 m/s

Exercício de aprendizagem:

Uma partícula oscila em MHS, presa à extremidade de uma mola cuja constante elástica vale 5,0 N/m. A amplitude do movimento é de 10 cm. Determine:

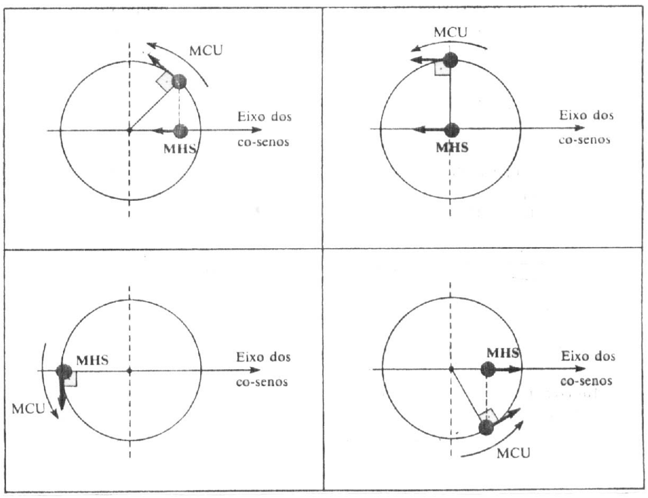
a) a energia mecânica da partícula;
b) a energia potencial e cinética quando a partícula passar pela posição dada pela elongação x = 2,0 cm.

a) $2{,}5 \cdot 10^{-2}$ J b) $E_P = 1{,}0 \cdot 10^{-3}$ J $E_c = 2{,}4 \cdot 10^{-2}$ J

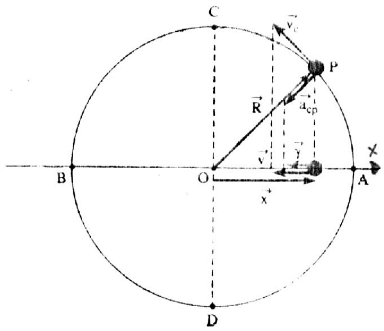
11.4 - Relação com MCU:

O movimento harmônico simples (MHS) está relacionado com o movimento circular uniforme (MCU) da seguinte forma:

"Enquanto uma partícula efetua um MCU no sentido anti-horário de uma circunferência de raio R, confundida com o círculo trigonométrico, a sua projeção perpendicular no eixo dos co-senos executa um MHS simultâneo."



Na figura seguinte, observe-se que, num determinado instante t, estando a partícula num posto P da trajetória circular, as projeções ortogonais do vetor raio $\vec{R}$, vetor velocidade $\vec{v}_c$ e vetor aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$ do MCU correspondem, nesse mesmo instante, respectivamente, à posição $\vec{x}$, velocidade $\vec{v}$, e aceleração $\vec{\gamma}$ da partícula projetada, que efetua um MHS no eixo dos co-senos (que coincide com o eixo x).



Assim, quando a partícula, em MCU, estiver passando pelos pontos A e B os vetores raio $\vec{R}$ e aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$ estarão projetados em verdadeira grandeza (tamanho real) e o vetor $\vec{v}_c$ será um ponto. Daí, conclui-se que:

$$\left.\begin{array}{l} R = X_{max} = a \\ a_{cp} = \gamma_{máx} \\ v = 0 \end{array}\right\} \text{extremos MHS}$$

Mas quando a partícula, em MCU, estiver passando pelos pontos C e D, o vetor $\vec{v}_c$ é que estará projetado em verdadeira grandeza, enquanto os vetores $\vec{R}$ e $\vec{a}_{cp}$ ter'~ao projeções nulas. Portanto:

$$\left.\begin{array}{l} vc = v = v_{máx} \\ x = 0 \\ \gamma = 0 \end{array}\right\} \text{posição de equilíbrio do MHS}$$

11.5 - Funções Horárias:

As funções horárias dos alongamentos x = f (t), da velocidades v = f (t) e das acelerações γ = f (t) do MHS serão mostradas a seguir, de acordo com os conceitos do segmento anterior e mais a teoria do MCU, cujas principais expressões são:

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ (velocidade angular)

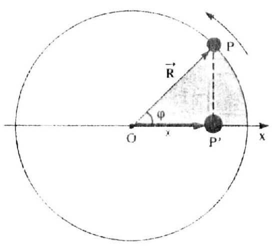
$a_{cp} = \omega^2 \cdot R$ (aceleração centrípeta)

$\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$ (função horária do espaço angular)

$v_c = \omega \cdot R$ (velocidade linear)

Sendo P a partícula em MCU, a sua projeção ortongonal P', no eixo x, estará em MHS. Num instante t qualquer, têm-se:

a) FUNÇÃO HORÁRIA DO ALONGAMENTO (OU POSIÇÃO OU ELONGAÇÃO)



No triângulo sombreado:

$\cos \varphi = \dfrac{x}{r}$

ou

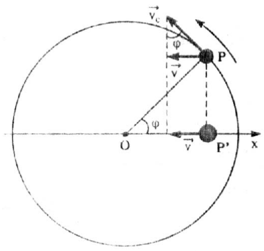
$x = r \cos \varphi$; e como $R = a$

$\varphi = \varphi_0 + \omega t$

$x = a \cos (\omega t + \varphi_0)$

x = f (t) do MHS

b) **FUNÇÃO HORÁRIA DA VELOCIDADE:**



No triângulo sombreado:

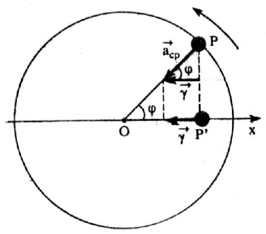
sen φ = $\frac{-v}{v_c}$; sinal de v é negativo, pois na figura o movimento do corpo é retrógado.
Assim:

v = $-v_c$ sen φ; como $v_c = \omega R$,
tem-se
v = -ωR sen φ, onde R = a
φ = $\varphi_0 + \omega t$
ou
v = -ω . a . sem ($\omega t + \varphi_0$)
v = f (t) do MHS

c) **FUNÇÃO HORÁRIA DA ACELERAÇÃO:**

No triângulo sombreado:

cos φ = $\frac{-\gamma}{a_{cp}}$; o sinal de γ é negativo, pois na figura o valor algébrico da velocidade está diminuindo.



Então:
$\gamma = -a_{cp}$. cos φ; como $a_{cp} = \omega^2 R$

obtém-se
$\gamma = -\omega^2 R$ cos φ, onde R = a
φ = $\varphi_0 + \omega t$

Logo:

$\gamma = -\omega^2$. a . cos ($\omega t + \varphi_0$)
ou
$\gamma = -\omega^2$. x → pois x = a . cos ($\omega t + \varphi_0$)

γ = f (t) do MHS

OBS: No MHS, as grandezas do MCU têm outras, apesar de conservarem as mesmas unidades. Assim:

φ_0 {no MCU é o ângulo inicial} unidade: rad (radiano)
{no MHS é a **fase inicial** }

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ {no MCU é a velocidade angular} unidade: rad/s
{no MHS é a **pulsação**}

Aplicação: Uma partícula realiza um MHS de função x = 10 . cos $\left(\frac{\pi}{4}\cdot t+\frac{\pi}{2}\right)$ unidade CGS.

Determine:
a) a amplitude, a pulsação e a fase inicial;
b) o período e a freqüência do movimento.

Resolução:
a) Para se determinar as grandezas pedidas, basta comparar a função numéricas dada com a função genérica.

Função numérica: $x = 10 \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$

$x = a \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$

Assim: a = 10cm $\omega = \frac{\pi}{4}$ rad/s $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad

b) Como $\omega = \frac{2\pi}{T}$: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} \Rightarrow T = 8s$; e $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{8} \Rightarrow f = 0{,}125$ Hz

Exercício de aprendizagem:

Uma partícula realiza um MHS de função $x = 10 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \pi\right)$, no sistema CGS. Determinar:

a) a amplitude, a pulsação e a fase inicial
b) o período e a freqüência do movimento.

R: a) a = 10 cm $\omega = \pi/2$ nd/s $\varphi = \pi$ rad b) T = 4s f = 0,25 Hz

11.6 - Período (T) e Constante Elástica (k):

O período de um MHS é o menor tempo necessário para a partícula completar um ciclo (uma volta). Como no movimento do pêndulo simples, o período do MHS não depende da amplitude a; depende apenas da massa da partícula e da constante elástica (K) da mola.

As duas expressões da aceleração instantânea do MHS, são:

$\gamma = -\frac{k.x}{m}$ (I) e $\gamma = -\omega^2 . x$ (II)

Igualando-se (I) e (II), tem-se: $\frac{k.x}{m} = \omega^2 . x$ $k = m . \omega^2$ constante elástica

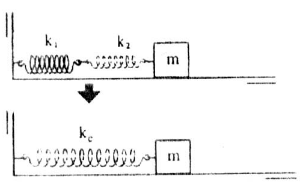
E ainda: $\frac{k}{m} = \omega^2 \Rightarrow \omega\sqrt{\frac{k}{m}}$ (em módulo)

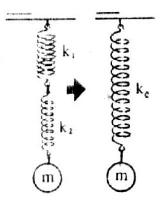
$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$ (período)

Obs.: Às vezes um corpo pode executar um MHS associado a duas (ou mais) molas. Sendo k_1 e k_2, as constantes elásticas das molas, estas podem estar associadas em série ou em paralelo.

a) Associação em série:

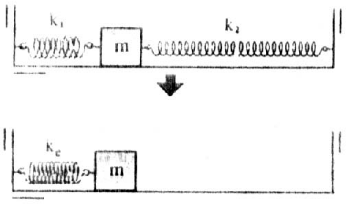


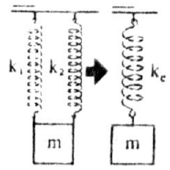


Demonstra-se que a mola equivalente, neste caso, tem constante elástica k_e expressa por:

$$\frac{1}{k_e} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

b) Associação em paralelo:





Demonstra-se que a mola equivalente, neste caso, tem constante elástica k_e expressa por:

$$k_e = k_1 + k_2$$

Qualquer que seja o tipo de associação, o período de oscilação do MHS é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_e}}$$

Aplicação: Determine o período de oscilação de um corpo de massa 200g preso a uma mola de constante elástica 320 N/m, cujo MHS tem amplitude 20cm. Caso a amplitude se reduza à metade, o que ocorre com o período?

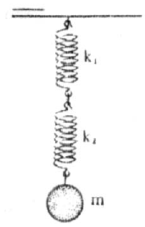
Aplicando-se a fórmula do período do MHS:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}2}{320}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{1600}} = \frac{2\pi}{40} \Rightarrow T = \frac{\pi}{20}\,s$$

Mesmo que a amplitude se altere, nada ocorre com o período, pois ele não depende da amplitude.

Aplicação 2: As constantes elásticas das molas 1 e 2 ligadas conforme a figura valem, respectivamente, 20 N/m e 80 N/m. A massa do corpo suspenso na extremidade da mola 2 vale 1Kg. Calcule:



a) a constante ao sistema da mola equivalente ao sistema;
b) o período das oscilações realizadas pelo sistema;
c) o alongamento total do sistema devido ao peso do corpo. Admita g = 10 m/s^2.

Resolução: k_1 = 20N/m
k_2 = 80N/m
m = 1Kg

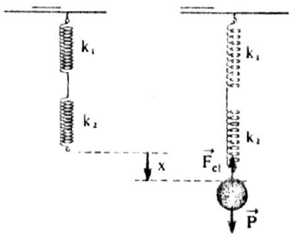
a) Como as molas estão associadas em série: $\frac{1}{k_e} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k_e = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} = \frac{20 \cdot 80}{20 + 80} \Rightarrow k_e = 16$N/m

b) Aplicando-se a fórmula do período:

$$T = \sqrt{\frac{m}{k_e}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{16}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}\,s$$

sem o corpo com o corpo



Pela Lei de Hooke para as deformações elásticas (em valor absoluto): F_{el} = k . x

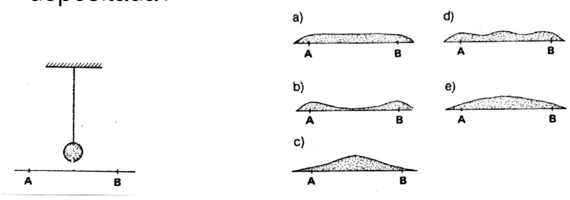
Como no equilíbrio: F_{el} = P = mg, vem: mg = k_e x

1 . 10 = 16 . x ⇒ x = 0,625m = 62,5cm

Exercícios de Fixação:

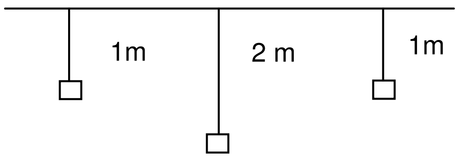
1) (UFMG) Numa região onde a aceleração da gravidade é g, o período t de um pêndulo simples de comprimento L é dado por $T = 2\pi\ (L/g)^{1/2}$. Um pêndulo simples, cuja massa é igual a 200g, gasta 1,5s para se deslocar de um extremo ao outro de sua trajetória. Mantendo-se inalteradas as demais condições, aumenta-se a massa do pêndulo para 400g. Qual o tempo que esse pêndulo gastará para ir de um extremo ao outro de sua trajetória?

2) (Fusvest-SP) A figura ilustra um pêndulo formado por um fio e por uma esfera oca, cheia de areia, com um orifício em sua extremidade inferior. O pêndulo oscila com amplitude constante e a areia escoa regularmente pelo orifício. Qual das figuras a seguir melhor representa o perfil da areia depositada?



3) Calcular o período de oscilação de uma pêndulo simples de comprimento igual a 1,6m, executando pequenas oscilações num local onde $g = 10 m/s^2$. Despreze influências do ar e considere π igual a 3.

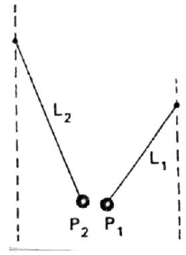
4) (Fuvest-SP) Considere três pêndulos, conforme indica a figura:
As massas de A e B são iguais a 1Kg e a massa de C é igual a 2Kg. Quanto os mesmos são postos a oscilar com pequenas amplitudes, podemos afirmar que:



a) os três pêndulos possuem a mesma freqüência.
b) a freqüência do pêndulo B é maior que as dos pêndulos A e C.
c) os pêndulos B e C possuem a mesma freqüência.
d) os pêndulos A e C possuem a mesma freqüência.
e) a freqüência do pêndulo C é maior que as freqüências dos pêndulos A e B.

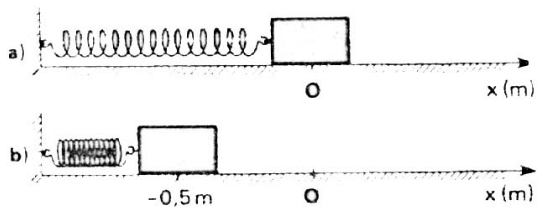
5) Na Terra, certo pêndulo simples executa oscilações com período de 1s.
a) Qual o período desse pêndulo se posto a oscilar na Lua, onde a aceleração da gravidade é 6 vezes menor?
b) Que aconteceria com o período desse pêndulo, à medida que fosse removido para uma região livre de ações gravitacionais.

6) (ITA-SP) Dois pêndulos simples, P_1 e P_2, de comprimentos L_1 e L_2, estão indicados na figura. Determine L_2 em função de L_1 para que a situação indicada se repita a cada 5 oscilações completas de P_1 e 3 oscilações completas de P_2.



7) (Unicamp-SP) Um pêndulo simples, que executa um movimento harmônico simples num ambiente escuro, é iluminado por um holofote estroboscópico.
a) Sendo 1 = 0,4m o comprimento do pêndulo, calcule a freqüência de suas oscilações.
b) Qual deve ser a freqüência máxima do estroboscópico para que esse pêndulo pareça estar parado na posição vertical? ($g = 10m/s^2$)

8) Um bloco de massa 4Kg encontra-se em repouso apoiado num plano horizontal sem atrito, preso a uma mola ideal de constante elástica 400N/m (figura a). Afastando o bloco 0,5m de sua posição inicial e abandonando-o, ele oscila em movimento harmônico simples (figura b).



Determine:
a) o período do movimento do bloco.
b) a energia mecânica do sistema massa-mola.

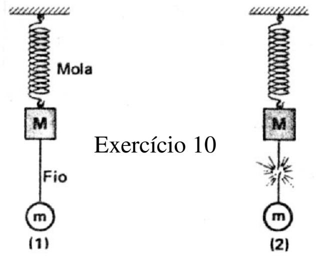
9) (PUC-SP) Num local em que a aceleração da gravidade é de $10m/s^2$ tem-se uma mola vertical e leve, com um extremo fixo. No extremo livre é colocada uma massa de 100 gramas, que, no equilíbrio, alonga a mola em 5cm. Da posição de equilíbrio, a massa é

puxada para baixo 2cm e abandonada a oscilar livremente.

a) Qual a amplitude das oscilações do sistema?

b) Se a massa for deslocada 4cm (em vez de 2 cm) da posição de equilíbrio, o que acontecerá com o período de oscilações?

10) O sistema apresentado na figura (1) oscila com freqüência f_1, verticalmente:

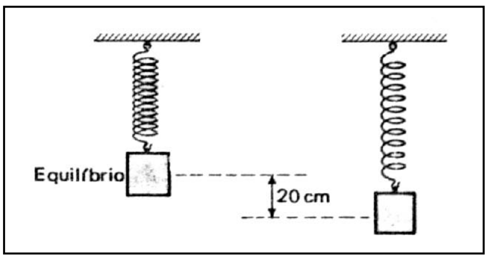


Se o fio for cortado como mostra a figura (2), o corpo de massa M passará a oscilar verticalmente com freqüência f_2, igual, maior ou menor que f_1?

11) Um bloco suspenso por uma mola oscila verticalmente sob a ação da gravidade terrestre. Se esse sistema for transportado para a superfície da Lua, onde o módulo do campo gravitacional é cerca de 1/6 do terrestre o que ocorrerá com o período das oscilações verticais desse sistema?

12) Deixa-se o quilograma-padrão oscilar livremente na extremidade de uma mola ideal, sendo que ele o faz com freqüência igual a 1,0Hz. Em seguida, retira-se o quilograma-padrão e coloca-se, em seu lugar, um corpo de massa desconhecida m, que oscila com freqüência igual a 0,50Hz. Determine a massa m.

13) A figura mostra um bloco com massa de 4 Kg, preso na extremidade de uma mola ideal. Puxando o bloco 20cm para baixo da posição de equilíbrio e abandonando-o em seguida, ele oscila com freqüência de 5Hz.
Despreze influências do ar e considere $g = 10m/s^2$ e $\pi = 10$. Analise as afirmações a seguir:



I- O período do movimento oscilatório é 0,2s.

II- A força resultante sobre o bloco na posição de equilíbrio vale zero.

III- A força elástica sobre o bloco na posição de equilíbrio vale 40N.

IV- Nos pontos de inversão, a força resultante sobre o bloco vale 800N.

São corretas:

a) todas as afirmações .
b) apenas I e III
c) apenas II, III e IV
d) apenas II, III e V.
e) apenas III, IV e V.

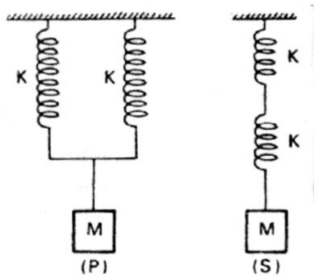
14) Um corpo de massa m, preso a uma mola de constante elástica K, executa um mHS ao longo de um eixo horizontal Ox. As elongações do corpo variam de x = -A até x = A. Determine a elongação quando a energia cinética do bloco iguala-se à energia potencial elástica.

15) Um bloco é preso a uma mola de massa desprezível, executando um MHS. Sabendo que a energia mecânica mantém-se constante no valor 3,6 J e que no ponto de elongação igual a 30cm a energia cinética do bloco vale 2,7 J, determine para esse MHS:

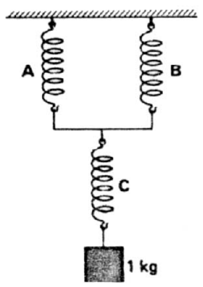
a) a constante de força
b) a amplitude.

16) (ITA-SP) Uma partícula de massa m realiza um movimento harmônico simples de amplitude A, em torno de posição de equilíbrio O. Considerando nula a energia potencial para a partícula em 0, calcule a elongação para a qual a energia cinética é igual ao dobro da energia potencial.

17) (UFCE) O período de oscilação de M na situação (P) é T_p e na situação (S) é T_s. Determine T_s/T_p.

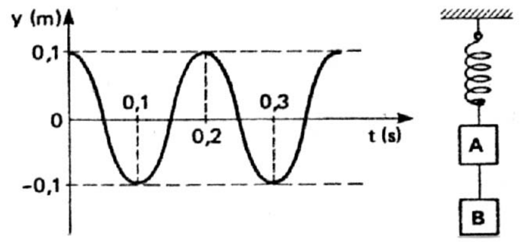


18) Na figura, o corpo de 1Kg de massa oscila na vertical, em MHS: ↑ Dados $K_A = K_B = \pi^2$ N/m e $KC = 2\pi^2$ N/m. Calcule o período de oscilação desse corpo.



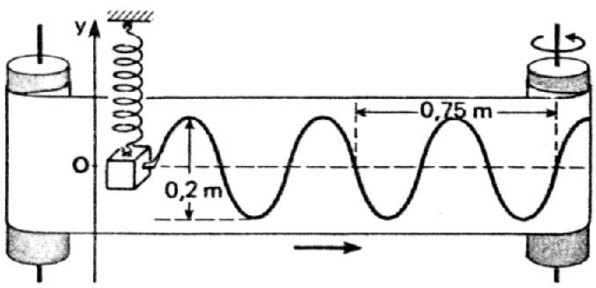
19) (ITA-SP) Uma partícula move-se no plano (x,y) de acordo com as equações:
$x = v_0t$ $y = A \cos \omega t$ onde $V_0 = 3{,}0$m/s, $A = 1{,}00$m e $\omega = 8{,}0$ rad/s. Calcule o módulo da velocidade da partícula no instante em que $\omega t = \pi/6$ rad.

20) (Fuvest-SP) Dois corpos, A e B, ligados por um fio, encontram-se presos à extremidade de uma mola e em repouso. Parte-se o fio que liga os corpos pelo gráfico
($g = 10$ m/s^2):



Sendo de 200g a massa do corpo B determine:
a) a constante elástica da mola;
b) a freqüência de oscilação do corpo A.

21) Um corpo de massa 2Kg oscila verticalmente em MHS, suspenso por uma mola helicoidal ideal. As posições ocupadas pelo corpo são registradas numa fita vertical de papel, por meio de um estilete preso ao corpo. A fita desloca-se horizontalmente com velocidade constante de 0,2 m/s.



Determine:
a) a freqüência e a amplitude do movimento do corpo;
b) a constante elástica da mola adotando $\pi^2 = 10$
c) a equação horária do movimento do corpo, sabendo-se que no instante t = 0 a elongação é nula e o corpo está subindo.

RESPOSTAS:

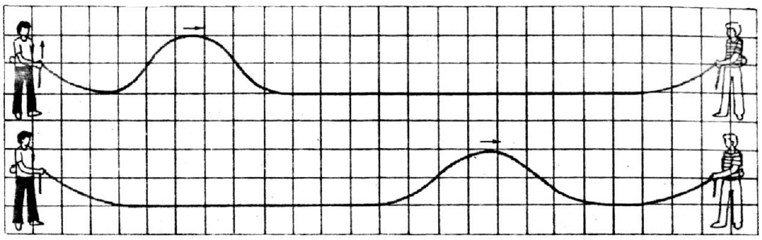
1) 1,5s 4) d
2) b 5) a)
aproximadamente - b) tenderá ao infinito
3) T = 2,4s 6) L_2 =
25/9 L_1
7) a) Aproximadamente 0,8Hz - b) 1,6Hz
15) a) 20N/m - b) 60cm
8) $0{,}2\pi$ s 50J
16) $x = \pm A/\sqrt{3}$
9) a) 2cm - b) permanecerá o mesmo
17) 2
10) aumenta
18) 2 s
11) o mesmo
19) 5m/s
12) 4Kg
20) a) K = 20N/m - b) f = 5Hz
13) a
21) A = 0,1m f = 0,4Hz
14) $x = \pm A/\sqrt{2}$
b) K = 12,8N/m
$y = 0{,}1 \cos\left(0{,}8 + \frac{3\pi}{2}\right)$

11.7 - Ondas

11.7.1- Conceito:

Denomina-se onda ao movimento causado por uma perturbação que se propaga através de um meio.

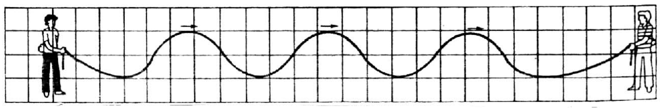
Considere duas pessoas segurando as extremidades de uma corda. Se uma delas fizer um movimento vertical brusco, para cima e depois para baixo, causará uma perturbação na corda, originando uma sinuosidade que se deslocará ao longo da corda, aproximando-se da outras pessoas, enquanto a extremidade que recebeu o impulso retorna à sua posição inicial, por ser a corda um meio elástico.



No exemplo citado:

- A perturbação denomina-se pulso;
- O movimento do pulso denomina-se onda;
- A mão da pessoa que faz o movimento vertical é a fonte;
- O meio em que a onda se propaga é a corda.

Se provocarmos vários pulsos sucessivos com um movimento de sobe e desce, teremos várias ondas propagando-se na corda, uma atrás da outra, constituindo um trem de ondas.



11.7.2 - Natureza das Ondas:

As ondas podem ter natureza **mecânica** ou **eletromagnética**.

Ondas Mecânicas: resultam de deformações provocadas em meios materiais elásticos, transportando apenas energia mecânica. Por isso, as ondas mecânicas não se propagam no vácuo, mas apenas na matéria.
Exemplos: Ondas em cordas, ondas na superfície de um líquido, ondas sonoras, etc.

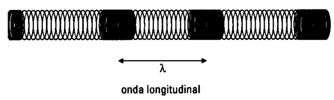
Ondas Eletromagnéticas: resultam de vibrações de cargas elétricas, transportando energia sob a forma de quanta ("pacotes" de energia). Por isso, as ondas eletromagnéticas propagam-se no vácuo e, em alguns meios materiais.
Exemplos: Ondas luminosas (luz), ondas de rádio ou TV, microondas, raios X, raios cósmicos etc.

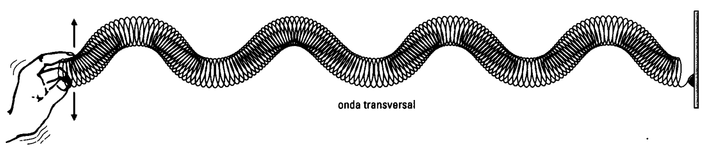
11.7.3 - Tipos e Classificação das Ondas:

As ondas podem ser do tipo **transversal** ou **longitudinal** dependendo da direção do movimento vibratório das partículas, relativamente à sua direção de propagação.

Ondas Transversais: aquelas em que a direção do movimento vibratório é perpendicular à direção de propagação.
Exemplo: ondas propagando-se numa corda.

Ondas Longitudinais: aquelas em que a direção do movimento vibratório coincide com a direção de propagação.
Exemplo: ondas sonoras propagando-se no ar.





As ondas também podem ser classificadas quanto ao número de dimensões da propagação de energia em:

Ondas Unidimensionais: a energia propaga-se linearmente, como na corda, que é um meio unidimensional.

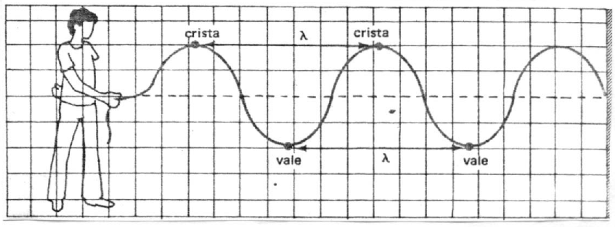
Ondas Bidimensionais: a energia propaga-se superficialmente, como na superfície da água, que é um meio bidimensional.

Ondas Tridimensionais: a energia propaga-se no espaço, que é um meio tridimensional, como as ondas sonoras e as ondas luminosas (eletromagnéticas).

11.7.4 - Velocidade e Comprimento de Onda:

Considere uma pessoa segurando a extremidade livre de uma corda presa a uma parede. Imagine, agora, que esta pessoa executa um movimento vertical na extremidade livre da corda em intervalos de tempo iguais.

Esses impulsos causarão perturbações que se propagarão ao longo da corda em espaços iguais, pois os impulsos são periódicos.



A parte elevada denomina-se crista da onda e a cavidade entre duas cristas chama-se vale.

Chama-se comprimento de onda λ a distância entre duas cristas ou dois vales consecutivos. Chama-se período T o tempo necessário para que duas cristas consecutivas passem pelo mesmo ponto.

Como a propagação de uma perturbação é um movimento uniforme, vale a expressão:

s = vt Onde: s = posição v = velocidade t = tempo

Fazendo: s = λ (distância entre duas cristas consecutivas)

t = T (período)

Logo: λ = vT

Chama-se freqüência *f* o número de cristas consecutivas que passam por um mesmo ponto, em cada unidade de tempo.

Do exposto, pode-se concluir que a freqüência é o inverso do período:

$$f = \frac{1}{T}$$

Observando que, à medida que as cristas vão passando por um mesmo ponto da corda, o ponto oscila para cima e para baixo, pode-se definir freqüência da seguinte maneira: freqüência é o número de oscilações do ponto, por unidade de tempo.

Substituindo na expressão do comprimento de onda, temos: $\lambda = \frac{v}{f}$

OBS. O comprimento de onda λ é inversamente proporcional à freqüência.

Deve-se notar que a freqüência não depende do meio de propagação da onda, enquanto o comprimento de onda λ e a velocidade propagação v variam com a mudança do meio de propagação.

Exemplo: Uma onda de raio X muda de comprimento de onda e de velocidade quando entra no corpo humano, mas não altera a sua freqüência.

Unidades: No SI, vem: λ = metros (m) T = segundos (s) f = hertz (Hz)

Aplicação; Um onda tem freqüência de 8Hz e propaga-se com velocidade de 200m/s. Qual é o seu comprimento de onda?

Resolução: f = 8Hz

v = 200m/s

Pela Equação Fundamental das Ondas:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{200}{8} \Rightarrow \lambda = 25\text{m}$$

- **Velocidade de propagação de uma onda em uma corda tracionada:**

Consideremos um meio unidimensional, como por exemplo, uma corda, onde se propaga uma onda.

Seja ρ, a densidade linear da corda, dada por: $\rho = \dfrac{m}{L}$

$$V = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$$

Fórmula de Taylor

Onde **m** é a massa da corda e **L** é o seu comprimento. A velocidade de propagação **V** é dada pela fórmula de Taylor onde **F** é a força de tração (que mantém a corda esticada). Sendo assim podemos concluir o seguinte:

- A onde se propaga com maior velocidade na corda de menor densidade linear;
- A onda se propaga com maior velocidade na corda mais tracionada.

A Fórmula de Taylor pode ficar assim: $$V = \sqrt{\frac{F \cdot L}{m}}$$

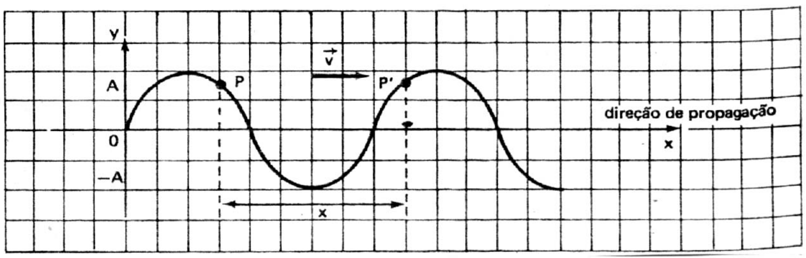
Exercício: Um vibrador de freqüência 4,0 Hz produz ondas numa corda de 1,0 kg de massa e 10m de comprimento. Sabendo-se que a força de tração na corda é 6,4N, determine:

a) a velocidade de propagação da onda;
b) o comprimento de onda.

R: 8m/s e 2 m

11.7.5 - Função de Onda:

Considere um onda se propagando a uma velocidade v, por exemplo, numa corda levemente tracionada. Seja ainda um sistema cartesiano ortogonal (x,y):



Cada ponto da corda, atingido pela perturbação, executa um movimento harmônico simples.

Portanto, para o ponto P vale a função de MHS: y = A . cos (ωt) onde: y = elongação (deslocamento do ponto P em relação à posição de repouso)

A = amplitude do movimento (elongação máxima)

O ponto P' repetirá identicamente a oscilação do ponto P, porém com um atraso de t' segundos, proporcional à distância x:

$$y = A \cos \omega (t - t')$$

$$\text{Como: } x = vt' \Rightarrow t' \ \frac{x}{v}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Vem: y = A cos $\left[\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{v}\right)\right]$

y = A cos $\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{vT}\right)\right]$

Porém: λ = vT

Logo: **y = A cos** $\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right]$

OBSERVAÇÕES:

a) A função da onda permite o cálculo de elongação y de um ponto qualquer do meio de propagação, conhecendo-se o instante t e a posição x em relação a um referencial.

b) O ângulo $2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ da equação da onda é denominado fase da onda, e o valor $\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ é um número que representa a quantidade de oscilações realizadas por um ponto qualquer depois de decorrido o tempo t.

Aplicação: A função de uma onda é dado por: y = 10 . cos 2π $\left(2t-\frac{x}{5}\right)$, onde y e x são medidos em centímetros e t em segundos.

Determine:

a) a amplitude da onda;
b) o período da onda;
c) o comprimento de onda;
d) a velocidade de propagação da onda

Resolução:

Comparando-se a expressão numérica dada com a expressão genérica, tem-se

$$\begin{cases} y = 10\cdot\cos 2\pi\left(2t-\frac{x}{5}\right) \rightarrow numerica \\ y = a\cdot\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \rightarrow generica \end{cases}$$

Portanto:

a) a = 10cm
b) $\frac{1}{T}$ = 2 ⇒ T = 0,5s
c) $\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{5}$ ⇒ λ = 5cm
d) v = $\frac{\lambda}{T} \Rightarrow v=\frac{5}{0{,}5} \Rightarrow$ v = 10cm/s

Exercício de aprendizagem:

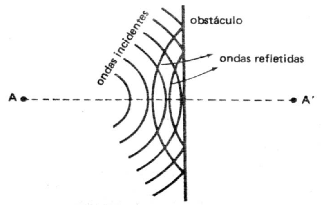
Uma onda se propaga de acordo com a função $y = 4.\cos\left[2\pi\left(10t-2x\right)\right]$, no CGS. Determine para essa onda:

a) a amplitude;
b) o comprimento de onda;
c) o período da onda;
d) a velocidade de propagação.

a) 4cm b) 0,5 cm c) 0,1s d) 5 cm/s

11.8 - Reflexão de Ondas:

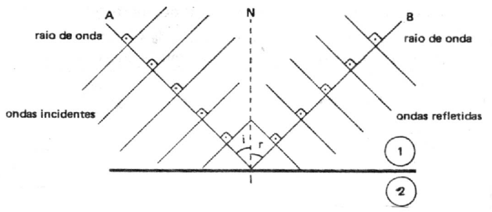
Quando ondas esféricas provenientes de uma fonte A encontram um obstáculo plano, produz-se reflexão de ondas porque cada ponto do obstáculo torna-se uma fonte de uma onda secundária, conforme o princípio de Huygens



As ondas refletidas se comportam como se emanassem de uma fonte A simétrica de A em relação ao obstáculo refletor. Por uma questão de facilidade, vamos estudar as leis da reflexão de uma onda reta.

* O princípio de Huygnes, diz que cada ponto de uma frente de onda, num determinado instante, é fonte de outras ondas, com as mesmas características de onda inicial.

A figura representa a reflexão de ondas retas por um obstáculo plano:



Em que :

AI	=	raio de onda incidente	IB	=	raio de onda refletido
NI	=	normal ao ponto de incidência	i	=	ângulo de incidência
r	=	ângulo de reflexão			

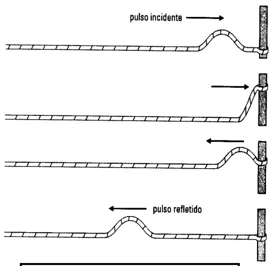
Leis de reflexão:

1ª.) O raio incidente, o raio refletido e a normal são coplanares.
2ª.) O ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão.

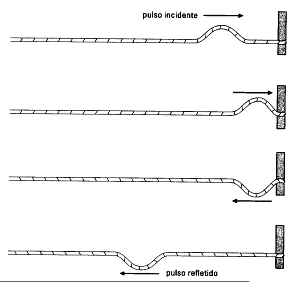
Propriedades:

1ª.) Na reflexão, a freqüência, a velocidade e o comprimento de onda não variam.
2ª.) Na reflexão, a fase pode variar ou não.

Observe os exemplos a seguir:



Extremidade



Extremidade fixa

O pulso na corda com a extremidade livre é refletido com a mesma fase do pulso incidente. Já o pulso na corda com a extremidade fixa é refletido com a fase invertida. Portanto estará defasado π rad.

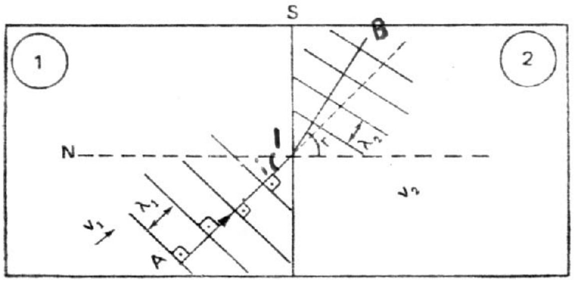
11.9 - Refração de Ondas:

As propriedades do meio pelo qual se propaga uma perturbação ondulatória determinam a velocidade de propagação da onda.

Portanto, se as ondas passarem de um meio para outro diferente, experimentam variação de velocidade na superfície de separação dos dois meios.

Seja o seguinte exemplo:

Considere um tanque contendo água com duas regiões de propagação distintas: uma mais rasa 1 e outra mais profunda 2.
Suponha que uma onda reta esteja se propagando no meio 1 e incidindo na superfície S de separação ente os meios 1 e 2.



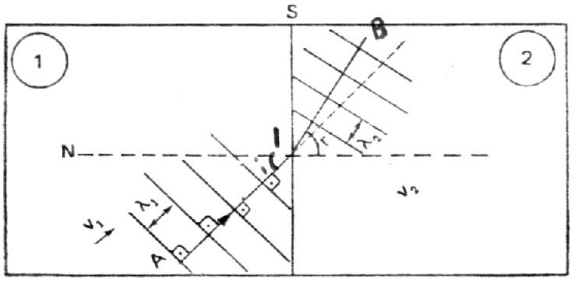
11.9 - Refração de Ondas:

As propriedades do meio pelo qual se propaga uma perturbação ondulatória determinam a velocidade de propagação da onda.

Portanto, se as ondas passarem de um meio para outro diferente, experimentam variação de velocidade na superfície de separação dos dois meios.

Seja o seguinte exemplo:

considere um tanque contendo água com duas regiões de propagação distintas: uma mais rasa 1 e outra mais profunda 2.
Suponha que uma onda reta esteja se propagando no meio 1 e incidindo na superfície S de separação ente os meios 1 e 2.



OBSERVAÇÃO:

A velocidade de propagação na região 1 é maior que a velocidade de propagação na região 2.

Seja AI o raio incidente da onda que se propaga no meio 1 com velocidade v_1. Incidindo na superfície S ela sofre refração e passa a se propagar no meio 2 com velocidade v_2.
Em que:
AI = raio de onda incidente
IB = raio de onda refratado
NI = normal
i = ângulo de incidência
r = ângulo de refração

Leis da refração:
1ª.) Os raios de onda incidente, refratado e a normal são coplanares.
2ª.) Lei de Snell - Descartes

$$\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

Em que n_1 e n_2 são os índices de refração absoluta de um meio $\left(n = \frac{c}{v}\right)$.

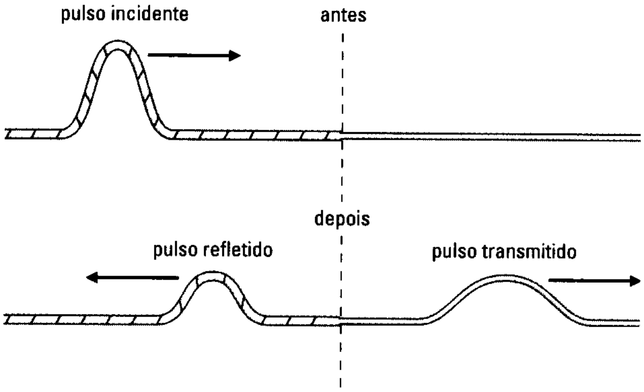
Aplicando a Lei de Snell, temos:

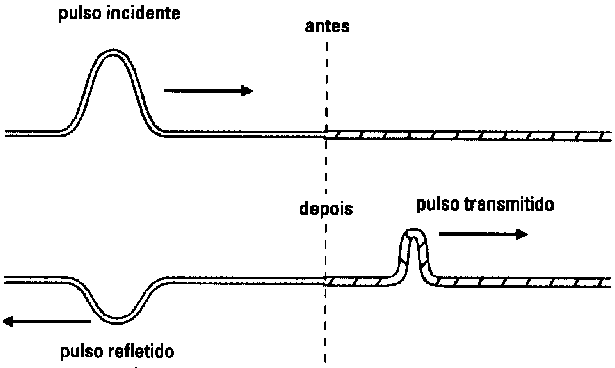
Se $n_2 > n_1 \Rightarrow \lambda_2 < \lambda_1 \Rightarrow v_2 < v_1 \Rightarrow r < i$
Se $n_2 < n_1 \Rightarrow \lambda_2 > \lambda_1 \Rightarrow v_2 > v_1 \Rightarrow r > i$

Propriedades:
1ª.) Na refração, a freqüência e a fase não variam.

2ª.) A velocidade de propagação e o comprimento de onda variam na mesma proporção.

Suponha agora que duas cordas diferentes estejam ligadas:





Quando o pulso passa de uma corda mais grossa para uma corda mais fina, parte do pulso se refrata e a outra parte se reflete com a mesma fase.

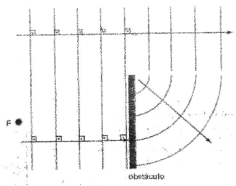
Quando o pulso passa de uma corda mais fina para uma corda mais grossa, parte do pulso se refrata e a outra parte se reflete com a fase invertida.

11.10 - Difração:

Consideramos até agora que, nos meios homogêneos, as ondas de qualquer natureza se propagam sempre em linha reta.

Vamos estudar dois exemplos que contrariam a hipótese da propagação retilínea:

1º exemplo:

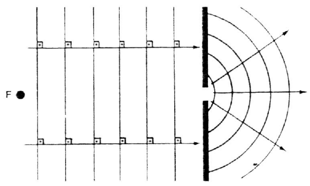


Num tanque de ondas, consideremos uma fonte F emitindo ondas retas que atingem o obstáculo da figura.

Ao passarem o obstáculo, as ondas sofrem um desvio na direção de propagação, transpondo o obstáculo.

2º. exemplo:

Consideremos uma fonte F emitindo ondas retas que atingem a fenda localizada entre dois obstáculos, conforme a figura.



Se a largura da fenda for menor ou igual ao comprimento da onda incidente, ela transpõe o obstáculo. A este fenômeno denomina-se difração.

Difração é o fenômeno pelo qual uma onda tem a capacidade de superar um obstáculo, ao ser parcialmente interrompida por ele.

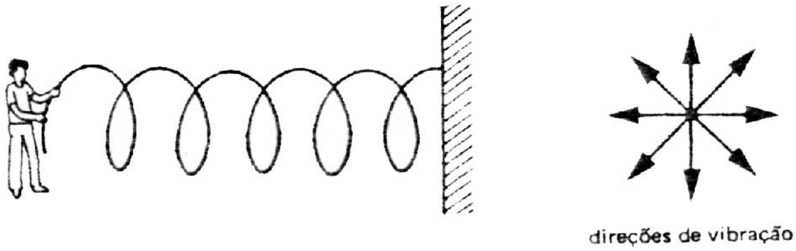
OBSERVAÇÕES:

a) A difração de uma onda, através de uma fenda, pode ser aumentada das seguintes formas:
- aumentando-se o seu comprimento de onda;
- diminuindo-se a largura da fenda.

b) a difração de uma onda é explicada pelo princípio de Huygens, pois, quando os pontos da fenda são atingidos pela frente de onda, eles se tornam fontes de ondas secundárias, mudando a direção da onda incidente, fazendo com que transponham o obstáculo.

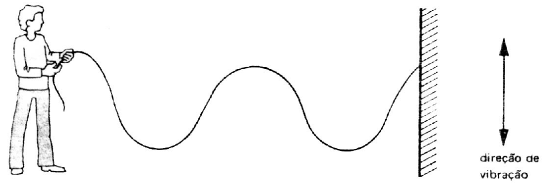
11.11 - Polarização:

Suponha que a mão de pessoa indicada na figura realize um movimento circular uniforme em torno do eixo da corda, fixa numa parede por uma de suas extremidades e a outra, na mão da pessoa.



Obtemos neste caso uma onda que vibra em planos diferentes, denominada onda não polarizada ou natural. Neste caso, as partículas da corda vibram em todas as direções perpendiculares à direção de propagação da onda.

Quando a pessoa realiza um movimento vibratório numa única direção que é perpendicular ao eixo da corda, isto é, a mão da pessoa se move verticalmente para cima e para baixo, as partículas da corda vibram numa direção perpendicular à direção de propagação da onda.

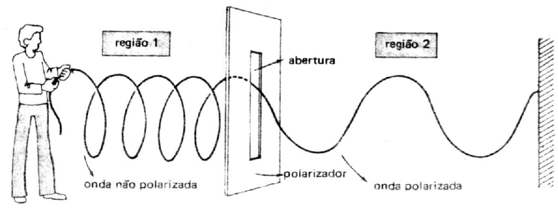


Este tipo de onda é denominada onda polarizada.

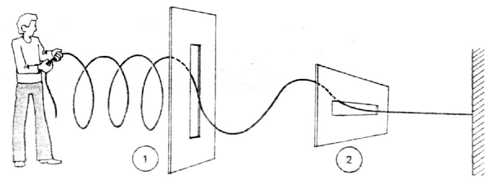
A polarização das ondas é efetuada por dispositivos chamados polarizadores.

Obs.

a) Quando uma onda não polarizada atravessar uma região em que as partículas podem vibrar somente numa única direção, ela se transforma numa onda polarizada.



b) Colocando-se agora dois obstáculos: um com uma abertura vertical e outro com uma abertura horizontal.

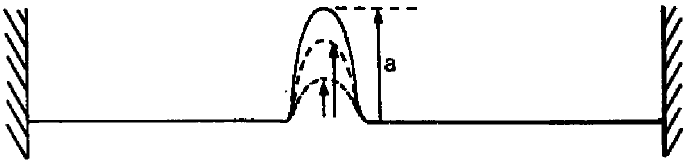


O segundo obstáculo impede a vibração da corda a partir dele.

11.12-Interferência de Ondas:

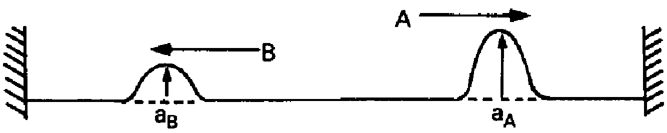
Considere duas ondas se propagando em sentidos opostos num meio unidimensional, como, por exemplo, os dois pulsos de onda, A e B, na corda representada a seguir.

Chama-se interferência ao fenômeno resultante da superposição dos dois pulsos. Cada ponto da corda sofrerá uma perturbação igual à soma algébrica das perturbações que cada pulso produziria sozinho.

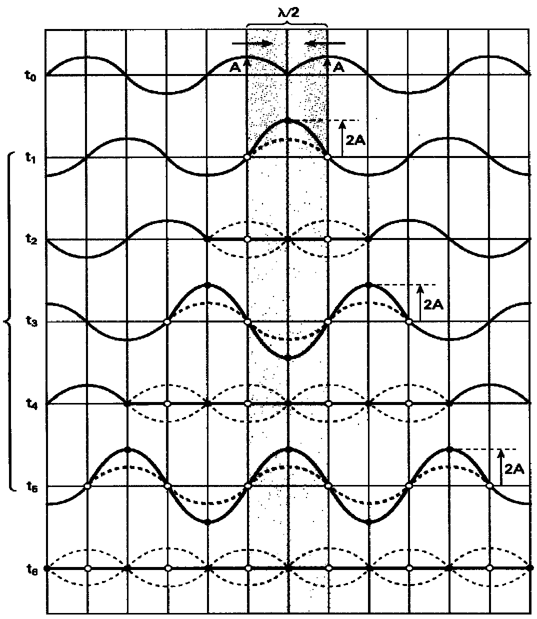


$$a = a_A + a_B$$

Após a interferência, cada pulso de onda se propaga independentemente do outro, isto é, como se nada tivesse acontecido. Este é o **princípio da independência das ondas,** que é visto na óptica geométrica.



A interferência vista acima é denominada de interferência construtiva. Se as ondas tivessem fases opostas a interferência seria destrutiva. A onda resultante teria uma amplitude que seria a diferença entre os módulos das amplitudes. Neste caso se as duas ondas tivessem a mesma amplitude em módulo, uma iria destruir a outra e a onda resultante seria nula no momento do cruzamento.



11.13- Onda Estacionária:

Suponha as ondas **1** e **2** ao lado de mesma freqüência, mesma amplitude porém em sentidos opostos, propagando-se em uma mesma corda.

Cada tempo representado na figura acima está defasado em T/4. Observe que em t_5 onde está representado a onda estacionária, o comprimento de onda passa a ser λ/2 em relação ao comprimento λ de cada onda original. Os nós sofrem interferências constantemente destrutiva e a amplitude desta onda estacionária é igual a "2A" , o dobro da amplitude original das ondas separadas.

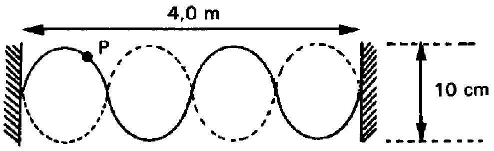
Obs. 1) A onda estacionária não transmite energia de ponto para ponto da corda, pois a energia cinética e potencial fica localizada entre os nós. Devido a isso a denominação de **onda** para a onda estacionária é inadequada.

2) Quando você tiver uma onda estacionária propagando-se em uma corda de comprimento **L**, este comprimento será igual ao número de ventres vezes λ/2, pois cada ventre equivale a λ/2. Portanto teremos:

$$L = n.\frac{\lambda}{2}$$

Exercício de aprendizagem:

Numa corda de 4m de comprimento, estabelece-se uma onda estacionária, conforme a figura. Sendo de 10Hz a freqüência de vibração do ponto **P** da corda, determine:



a) a amplitude, o comprimento de onda e a velocidade das ondas que formaram a onda estacionária;
b) a velocidade de propagação da onda estacionária.

a) A = 2,5 cm , λ = 2 m , v = 20 m/s b) v = 0

obs. No exercício acima a onda não transmite energia de ponto a ponto devido aos nós. Portanto sua velocidade de propagação é nula.

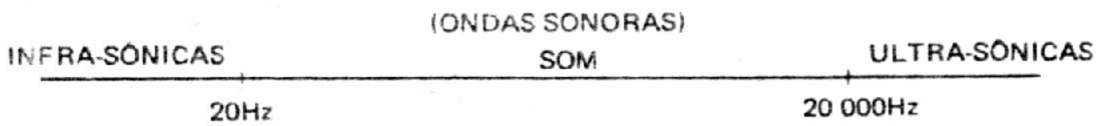
11.14 - Acústica:

11.14.1 - Introdução:

O mecanismo de transferência de energia por ondas de compressão e rarefação constitui, geralmente, perturbações longitudinais da matéria.

A faixa de freqüências em que estas perturbações podem ocorrer é extensa, sendo chamada espectro sonoro. Dentro do espectro temos a região do som, que é uma faixa de freqüências de ondas mecânicas à qual o ouvido humano é sensível.

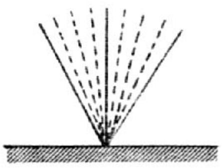
Esta faixa estende-se de 20Hz a 20.000Hz.



Quando a freqüência é maior que 20.000Hz, as ondas são ultra-sônicas, e menor que 20Hz, infra-sônicas. As ondas infra-sônicas e ultra-sônicas não são audíveis pelo ouvido humano. As ondas são produzidas, por exemplo, por um abalo sísmico.

11.14.2 - Produção do som:

Fixemos uma lâmina de aço muito fina, para que ela possa oscilar conforme indica a figura:



Quando deslocamos a lâmina, sua extremidade livre começa a oscilar para a direita e para esquerda.

Se a lâmina vibrar com rapidez, produzirá um som sibilante (assobio), mostrando que os sons são produzidos pela matéria em vibração.

À medida que a lâmina oscila para a direta, ela realiza trabalho nas moléculas do ar, comprimindo-as transferindo a elas energia, na direção da compressão. Ao mesmo tempo, as moléculas do ar, situadas à esquerda, se expandem, e se tornam rarefeitas, o que retira energia delas. Quando a lâmina se move no sentido inverso, ela transfere energia para as moléculas do ar situadas à esquerda, enquanto as da direta perdem energia.

O efeito combinado de compressão e rarefação simultâneas transfere energia das moléculas do ar da esquerda para a direita, ou da direita para a esquerda na direção do movimento da lâmina, produzindo trens longitudinais de ondas, nos quais as moléculas do ar de movimentam para frente e para trás, recebendo energia das moléculas mais próximas da fonte e transmitindo-a para as moléculas mais afastadas delas, que, ao atingirem o ouvido, produzem a sensação denominada som.

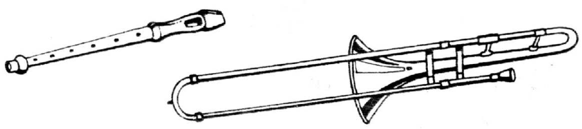
As ondas sonoras audíveis são produzidas por:

a) vibração de cordas

Podemos citar como exemplos o violino, o piano, as cordas vocais, etc.

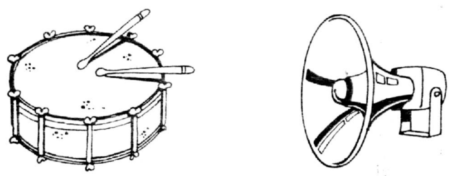
b) vibração de colunas de ar

Como exemplo, temos a flauta, o trombone, etc.



c) vibração de discos e membranas

Como exemplo, temos o tambor, o alto-falante, etc.



O som musical, que provoca sensações agradáveis, é produzido por vibrações periódicas. O ruído, que provoca sensações desagradáveis, é produzido por vibrações não periódicas.

11.14.3 - Transmissão do som

A maioria dos sons chegam aos nossos ouvidos, transmitidos pelo ar, que age como meio de transmissão.

Nas pequenas altitudes, os sons são bem audíveis, o que não ocorre em altitudes maiores, onde o ar é menos denso.

O ar denso é melhor transmissor do som do que o ar rarefeito porque as moléculas gasosas estão mais próximas e transmitem a energia cinética da onda de umas para outras com maior facilidade.

De uma maneira geral, os sólidos transmitem o som melhor do que os líquidos, e estes, melhor do que os gases.

Observe a tabela que apresenta a velocidade de propagação do som a 25ºC

MEIO	VELOCIDADE (m/s)
Ar	346
Hidrogênio	1339
Água	1498
Álcool	1207
Alumínio	5000
Ferro	5200
Vidro	4540

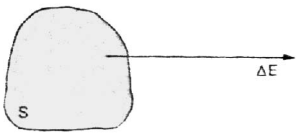
11.14.4- Qualidades fisiológicas do som

As qualidades fisiológicas do som são: **altura**, **intensidade** e **timbre**.
Altura é qualidade que permite classificar os sons em graves (baixos) e agudos (altos). A altura depende da freqüência: **graves - freqüência menor; agudos- freqüência maior.**

A voz do homem tem freqüência que varia entre 100Hz e 200Hz e a da mulher entre 200Hz e 400Hz, portanto, a voz do homem geralmente é mais grave que a voz da mulher.

Intensidade é a qualidade que permite distinguir um som forte de uma som fraco.

A intensidade sonora I é a energia ΔE que atravessa uma superfície perpendicular à direção de propagação, pela área S da superfície na unidade de tempo:



$$I = \frac{\Delta E}{S \cdot \Delta t} \qquad \text{Unidades: } \frac{J}{m^2 s} \; ou \; \frac{W}{m^2}$$

Para o ouvido humano, são audíveis os sons cuja intensidade varia de 10^{-12} watt/m^2 a 1 watt/m^2. Quando a intensidade ultrapassa 1 watt/m^2, ela provoca efeitos dolorosos.

A intensidade é medida com aparelhos especiais e não depende da audição de um ouvinte. A intensidade mínima audível é chamada de liminar da percepção auditiva, e a máxima, limiar da sensação dolorosa.

Quando medimos o nível da intensidade de um som, comparamos sua intensidade com esse limiar de audibilidade, usando uma escala logarítmica dada pela equação

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

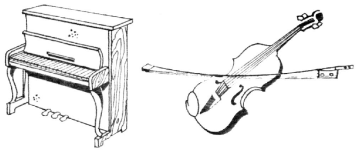
Onde:

β - é o nível da intensidade em decibéis (dB)
I - intensidade do som
I_0 - intensidade do limiar da percepção auditiva (10^{-12} W/m^2)

A unidade de intensidade sonora é denominada bel e abrevia-se B

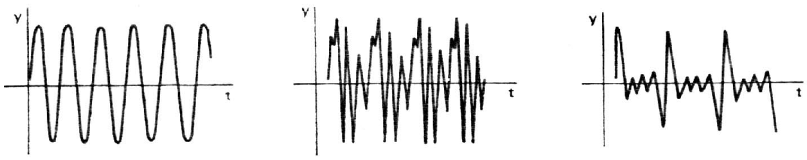
Timbre é a qualidade que permite classificar os sons de mesma altura (freqüência) e de mesma intensidade, emitidos por fontes diferentes.

A mesma nota tocada em um piano e em um violino, produz sensações diferentes.



O timbre é a qualidade que está ligada à forma da onda.

As figuras a seguir mostram três sons de mesma intensidade e todos na mesma freqüência.



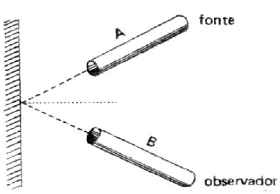
diapasão clarinete corneta

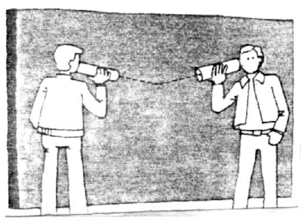
11.14.5- Fenômenos Sonoros

Sendo o som uma onda, ele apresenta as seguintes propriedades características:

a) **Reflexão**

A reflexão do som pode ser observada pela seguinte experiência:

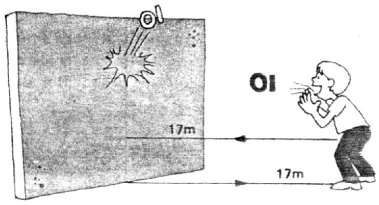




O som produzido por uma fonte é dirigido por um tubo A, para uma parede após a reflexão, o som atinge o ouvido do observador através do tubo B.

A reflexão pode ocasionar os fenômenos do eco e da reverberação.

O eco ocorre quando uma pessoa emite um som e recebe, além do som direto, o refletido em um anteparo, após um intervalo de tempo maior que 0,1s. Admitindo a velocidade do som no ar 340m/s, em 0,1s o som percorre 34m, sendo 17m para atingir o anteparo e 17m para voltar.



Portanto, a menor distância de um observador a um anteparo para provocar o eco deverá ser 17m.

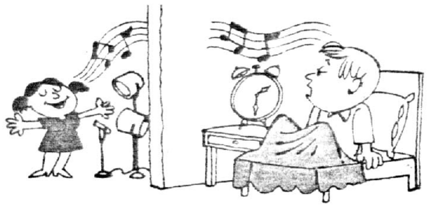
A reverberação ocorre quando o som refletido atinge o observador no momento em que o som direto está se extinguindo, ocasionando o prolongamento da sensação auditiva.

b) Refração

Consiste em o som passar de um meio para outro, mudando sua velocidade de propagação e o comprimento de onda, mas mantendo constante a freqüência.

c) Difração

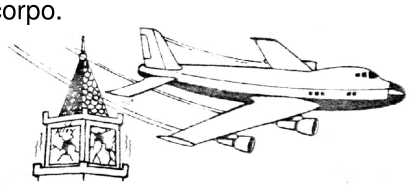
Consiste no fenômeno em que o som pode transpor obstáculos. Desse modo, uma pessoa, atrás de uma parede, pode ouvir o som emitido por uma fonte atrás dela.



Na prática, as dimensões da parede podem alcançar até 20m.

d) Ressonância

Uma fonte sonora produz no ar vibrações que provocam oscilações forçadas nos corpos próximos. Quando a freqüência própria de um corpo for igual à freqüência da fonte, o corpo entra em ressonância com a fonte; nesse caso, a amplitude de oscilação do corpo atinge valores elevados, pois a fonte, progressivamente, cede energia ao corpo.



Como exemplo, podemos citar o vidro de uma janela que se quebra ao entrar em ressonância com as ondas sonoras produzidas por um avião a jato.

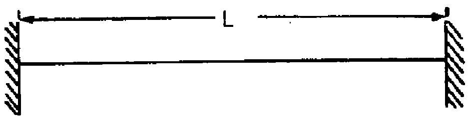
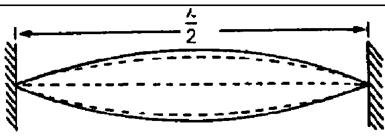
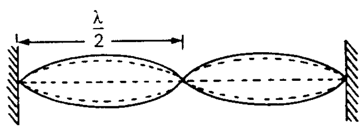
Pelo mesmo motivo, as tropas militares que atravessam uma ponte não o fazem marchando, mas sim com o passo alternado.

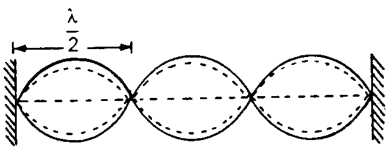
11.15- Cordas sonoras:

Consideremos uma corda esticada e com suas duas extremidades fixas. Provocando uma perturbação na corda, a onda transversal incidente e a refletida nas extremidades darão origem a uma onda estacionária na corda.

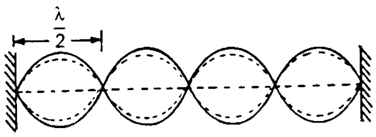
As vibrações da corda perturbarão o ar da região ao seu redor, dando origem às ondas sonoras que terão a mesma freqüência de oscilação dos pontos da corda.

As extremidades fixas da corda sempre serão **nós.** Entre elas haverá a formação de **n** ventres. Haverá portanto diferentes modos de vibração ou diferentes **harmônicos**. Na figura seguinte apresentamos os cinco primeiros harmônicos.

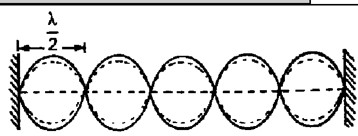
		
corda fixa	**n = 1 → 1º harmônico ou som fundamental**	**n = 2 → 2º harmônico**



n = 3 → 3º harmônico



n = 4 → 4º harmônico



n = 5 → 5º harmônico

Observe nas figuras acima que o comprimento **L** da corda e o comprimento de onda **λ** são tais que:

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \text{ou} \quad \lambda = \frac{2L}{n}$$ onde **n** é o número de ventres.

Se considerarmos a velocidade das ondas na corda **que deram origem à onda estacionária** teremos:

$$v = \lambda . \cdot f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{v}{\lambda} \qquad f = \frac{v}{\frac{2L}{n}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f = \frac{n \cdot v}{2L}}$$

Quando a corda vibra faz com que o ar ao seu redor vibre também, com a mesma freqüência; assim, a freqüência ***f*** é a de vibração dos pontos da corda e também é a freqüência da onda sonora.

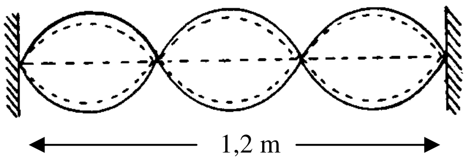
Pela expressão anterior, podemos determinar a freqüência para cada harmônico.

Para n = 1 $f_1 = \frac{v}{2L}$ Para n = 2 $f_2 = 2 \cdot \frac{v}{2L} \Rightarrow f_2 = 2 \cdot f_1$ e assim sucessivamente teremos:

$$f_n = n \cdot f_1$$

Exercício:

Uma corda de massa m = 240g e comprimento L = 1,2 m está tracionada por uma força F = 2,88 x 10^3 N. A corda vibra no estado estacionário representado na figura ao lado. Determine: **(adote v_{som} = 300 m/s)**



a) a freqüência da onda sonora emitida pela corda;
b) o comprimento da onda estacionária na corda;
c) o comprimento da onda sonora;
d) a freqüência do som se a corda vibrasse no modo fundamental.

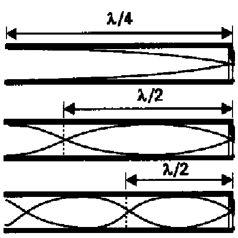
a) *f = 150 Hz* *b)* λ_{corda}= 0,80m c) λ_{som} = 2 m d) f_1 = *50 Hz*

11.16- Tubos sonoros:

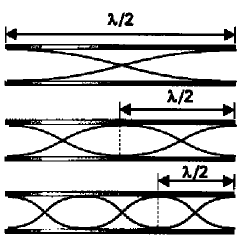
Pela vibração da coluna de ar no interior de um tubo podemos estabelecer uma onda estacionária. Esta faz vibrar o ar que envolve o tubo, dando origem a uma onda sonora.

Existem dois tipos de tubos, **abertos** e **fechados**. Nas extremidades abertas são formados "ventre de onda" , já nas extremidades fechadas, formam-se nós.

Tubos fechados



Tubos abertos



O comprimento de onda para no **tubo aberto** será dado por:

$\boxed{\lambda = \frac{2 \cdot L}{n}}$ **onde L é o comprimento do tubo e "n" é o número de nós.**

Sabendo ainda que $v = \lambda \cdot f$, então teremos para a freqüência : $f = \frac{n \cdot v}{2L}$ onde f é a freqüência e v é a velocidade do som emitido pelo tubo.

Obs. Nos tubos abertos, o número de nós será denominado de harmônico. Portanto na figura acima, temos representados: n = 1 ⇒ 1º harmônico (ou som fundamental) , n = 2 ⇒ 2º harmônico e n = 3 ⇒ 3º harmônico.

Podemos concluir ainda que, se f_1 é a freqüência do som fundamental e f_n é a freqüência do harmônico de ordem n, valerá a relação: $\boxed{f_n = n \cdot f_1}$

Exemplo: Um tubo sonoro aberto mede 1,70m. Supondo a velocidade do som no ar igual a 340m/s, determine para o som fundamental emitido pelo tubo:

a) o comprimento de onda;
b) a freqüência.

a) 3,40 m b) 100 Hz

Tubos fechados: O comprimento de onda para o tubo fechado será dado por:

$\boxed{\lambda = \frac{4L}{(2n-1)}}$ **onde "n" é o número de nós e (2n – 1) é a ordem do harmônico. Portanto na figura acima, temos representados para tubos fechados: n = 1 ⇒ 1º harmônico (som fundamental) , n = 2 ⇒ (3º harmônico) , n = 3 ⇒ 5º harmônico. Observe que tubos fechados só apresentam harmônicos de ordem ímpar (2n – 1).**

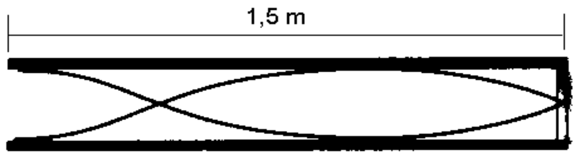
Analogamente ao que foi demonstrado no caso de tubos abertos, teremos que a freqüência em tubos fechados será dada por: $f = (2n-1) \cdot \frac{v}{4L}$

Se f_1 é a freqüência fundamental e $f_{(2n-1)}$ a freqüência do harmônico de ordem (2n-1), então vale:

$$\boxed{f_{(2n-1)} = (2n-1) \cdot f_1}$$

Exercícios de aprendizagem:

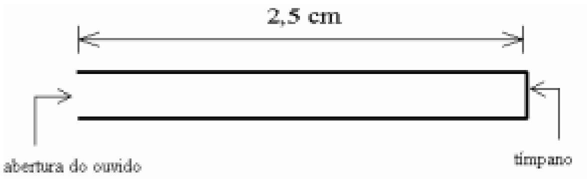
1) Uma onda estacionária se forma num tubo sonoro fechado, como ilustra a figura. Admitindo ser de 340 m/s a velocidade do som no ar, determine para a onda sonora emitida:



a) o comprimento de onda;
b) a ordem do harmônico;
c) a freqüência.

a) 2m b) 3º harmônico c) 170 Hz

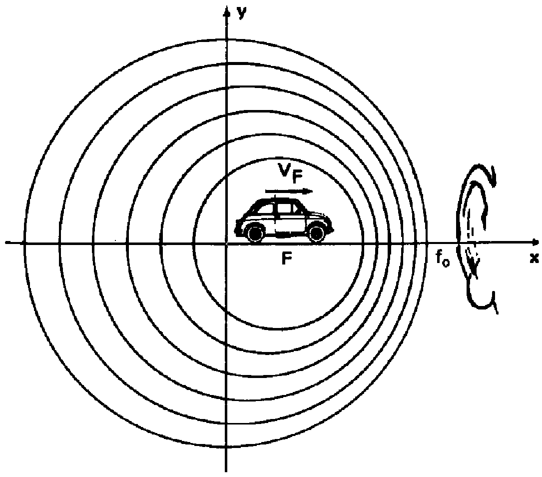
2) (UFJF) - O "conduto auditivo" humano pode ser representado de forma aproximada por um tubo cilíndrico de **2,5 cm** de comprimento (veja a figura).



A freqüência fundamental do som que forma ondas estacionárias nesse tubo é:

a) 340 Hz. b) 3,4 kHz. c) 850 Hz. d) 1,7 kHz.

11.17- Efeito Doppler:



O efeito Doppler ocorre quando há uma aproximação ou um afastamento entre o observador e a fonte sonora, fazendo com que a freqüência da onda sonora percebida pelo observador seja diferente da freqüência real da onda emitida pela fonte.

Quando a fonte sonora (barulho do motor de um carro, por exemplo) se aproxima de um observador parado, este recebe mais ondas do que receberia se o carro estivesse parado. Nesta situação, a freqüência percebida pelo observador (f_0) da figura é maior que a freqüência do som emitido pela fonte (f_F).

De modo inverso, se a fonte se afasta do observador imóvel, temos que f_0 é menor que f_F.

Se considerarmos agora a fonte sonora parada e o observador em movimento, temos que, ao se aproximar da fonte sonora, o observador encontra uma maior quantidade de ondas do que encontraria se estivesse parado; assim ele percebe uma freqüência (f_0) maior que a freqüência do som emitido pela fonte (f_F). Já quando ele se afasta da fonte, ele perceberá um número menor de ondas, recebendo assim um som de freqüência menor.

Como já vimos na altura do som, maior freqüência, o som é mais agudo e menor freqüência, som mais grave.

- Aproximação $\Rightarrow f_0 > f \Rightarrow$ o som que o observador recebe é mais agudo que o som da fonte.
- Afastamento $\Rightarrow f_0 < f \Rightarrow$ o som que o observador recebe é mais grave que o som da fonte.

Podemos demonstrar que para qualquer caso, vale a seguinte relação:

$$\boxed{f_0 = f_F \cdot \frac{v \pm v_0}{v \pm v_F}}$$

onde

f_0 : freqüência percebida pelo observador (freqüência aparente);
f_F : freqüência emitida pela fonte (freqüência real);
v : velocidade da onda sonora;
$\mathbf{v_0}$: velocidade do observador;
$\mathbf{v_F}$: velocidade da fonte.

obs. Para escolher os sinais + ou – na equação acima, devemos considerar como positivo o sentido do observador para a fonte.

Exercício de aprendizagem:

Uma fonte sonora emite continuamente um som de 396 Hz. Admitindo a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, determine a freqüência percebida por um observador nos seguintes casos:

a) a pessoa está parada e a fonte também;
b) o observador encontra-se parado e a fonte se afasta dele com velocidade de 10 m/s;
c) a fonte e o observador movem-se na mesma direção e em sentidos contrários, aproximando-se um do outro, cada um a 10 m/s.

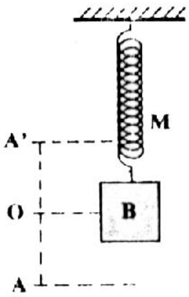
a) 396 Hz b) ≅ 385 Hz c) ≅ 420 Hz

EXERCÍCIOS GERAIS:

1) Uma característica constante do movimento harmônico simples é a:

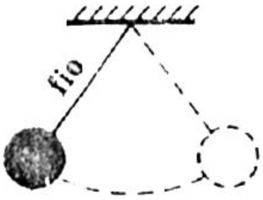
a) amplitude c) aceleração e) energia cinética
b) elongação d) velocidade

2) A figura representa um bloco B preso à extremidade da mola M, oscilando em condições ideais. A elongação da mola é máxima no ponto A. No ponto A', simétrico de A em relação a 0, a velocidade e a aceleração do bloco são respectivamente:



a) nula e nula c) máxima e nula. e) iguais aos valores que ocorrem em 0.
b) nula e máxima d) máxima e máxima

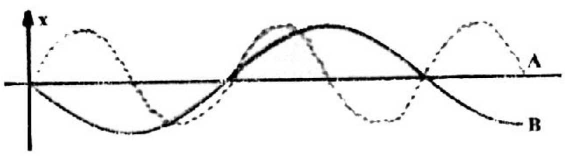
3) (Fatec-SP) O sistema abaixo é de um pêndulo simples. O fio de comprimento L é ideal, m é a massa suspensa e T é período do pêndulo nestas condições. Dobrando a massa suspensa, o período será de:



a) 4T b) 2T c) T d) T/2 e) T/4

4) (PUC-SP) Refração é a propriedade de uma onda que descreve:
a) uma alteração na direção de propagação, ao atingir uma barreira.
b) um espalhamento ao passar por uma abertura estreita.
c) uma modificação na sua amplitude, ao superpor-se a outra onda.
d) uma mudança em sua velocidade, ao passar de um meio para outro.
e) uma variação em sua freqüência, ao mudar a direção de propagação.

5) (fuvest-SP) Dois corpos A e B, descrevem movimentos periódicos. O gráfico de suas posições x em função do tempo está indicado na figura. Podemos afirmar que o movimento de A tem:
a) menor freqüência e mesma amplitude.
b) maior freqüência e mesma amplitude.
c) mesma freqüência e maior amplitude.
d) menor freqüência e menor amplitude.
e) maior freqüência e maior amplitude.



6) (PUC-MG) No vácuo, todas as ondas eletromagnéticas possuem:
a) a mesma amplitude.
b) a mesma freqüência.
c) a mesma velocidade.
d) o mesmo comprimento de onda.
e) o mesmo período.

7) (UFPR) Identifique a característica de uma onda sonora:
a) Propaga-se no vácuo com a velocidade igual à da luz.
b) Tem a velocidade de propagação igual a 340 m/s em qualquer meio.
c) Propaga-se como onda transversal.
d) Todas as ondas sonoras têm igual comprimento de onda.
e) Necessita de um meio material para se propagar.

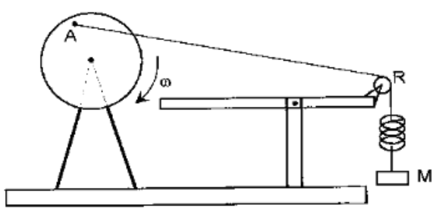
8) (UFJF-MG) Vemos um relâmpago e depois ouvimos o trovão. Isso ocorre porque:
a) o som se propaga no ar.
b) a luz do relâmpago é muito intensa.
c) a velocidade do som no ar é de 340m/s.
d) a velocidade do som é menor que a da luz.
e) o ouvido é mais lento que o olho.

9) Sendo uma onda mecânica, o som pode sofrer:
a) reflexão e refração, mas não sofre difração.
b) reflexão e difração, mas não sofre refração.
c) reflexão, refração e difração, mas não interferência.
d) reflexão, refração, difração e interferência.
e) n.r.a.

10) (UFRS) Do som mais grave ao mais agudo de uma escala musical, as ondas sonoras sofrem um aumento progressivo de:
a) amplitude c) velocidade e) comprimento de onda.
b) elongação d) freqüência

11) (Unirio-RJ) A caixa de ressonância de um instrumento de cordas tem a finalidade de:
a) alterar a freqüência do som emitido pela corda.
b) aumentar a amplitude do som pelo fenômeno da ressonância.
c) determinar o fenômeno da ressonância, através do qual novos sons, de novas freqüências, são incorporados ao que foi emitido pela corda.
d) produzir difração mais intensa dons sons emitidos.
e) diminuir a freqüência do som emitido.

12) (UFJF) - Na figura abaixo, está representado um corpo de massa **M** preso a uma extremidade de uma mola. A outra extremidade da mola está presa a um fio que, por sua vez, está preso a um ponto **A** do disco. O fio pode correr através da roldana **R**. O disco está ligado a um motor que gira com velocidade angular w . Esta velocidade angular pode ser variada, controlando a rotação do motor. A freqüência angular natural de vibração da mola é w_0.



Se variarmos a rotação do motor até atingirmos $w = w_0$ e desprezarmos a resistência do ar, podemos afirmar que

a. nestas circunstâncias, na condição de ressonância, a massa M permanecerá em repouso;
b. a amplitude de oscilação da mola aumentará, pois estaremos na condição de ressonância;
c. estaremos na condição de ressonância, e isso mudará a constante elástica da mola, alterando, portanto, a sua amplitude de oscilação;

d. não estaremos na condição de ressonância, pois $w = w_0$.

13) (UFJF-2001) - Uma garrafa de vidro, cheia de água até a metade, produz som de determinada freqüência ao receber uma leve pancada com um bastão. Se você quisesse obter um som mais grave, deveria retirar ou acrescentar água na garrafa? Justifique sua resposta.

RESPOSTAS:

1) a 2) b 3) c 4) d 5) b 6) c 7) e 8) d 9) d 10) d 11) b 12) b 13) Para que a freqüência diminua, você deverá aumentar o comprimento de onda. Sendo assim deverá tirar água da garrafa para aumentar o tubo fechado.

CURIOSIDADE:
A maioria dos morcegos tem olhos muito pequenos, às vezes, do tamanho de uma cabeça de alfinetes. Esses órgãos não são capazes de identificar formas, permitindo ao animal, no máximo, distinguir entre claro e escuro. Para traçar suas rotas noturnas e localizar as presas, o morcego usa um sistema denominado eco-orientação, que funciona como uma espécie de sonar. Ele produz com a boca sons inaudíveis para o ser humano, curtos e de alta freqüência, e depois intercepta o eco das ondas sonoras refletidas. Desse modo o morcego consegue formar uma imagem sonora. Em alguns casos, os sons são feitos pelo nariz do animal, em volta da cuja narina existe uma membrana que funciona como amplificador. As precisas imagens sonoras possibilitam que ele contorne obstáculos tão finos como um arame, sem tocá-los, e que localize suas presas sob escuridão quase absoluta.

Bibliografia:

Novo Manual – Nova Cultura – Física – Armando T. Tashibana, Gil M. Ferreira e Miguel Arruda.
Física – Bonjorno/Clinton – Editora FTD
Aprendendo Física – Marcos Chiquetto, Bárbara Valentim e Estéfano Pagliari – Editora Scipione.