

## UNIDADE VII: Impulso e Quantidade de Movimento

### 7.1- Impulso

Suponhamos que uma força constante  $\vec{F}$  age numa partícula, durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ . Por definição, chama-se impulso da força constante  $\vec{F}$  o vetor:

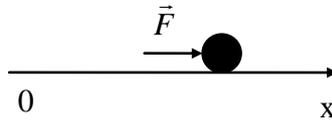
$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

O vetor  $\vec{I}$  tem as seguintes características:

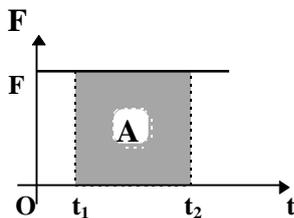
a) módulo:  $|\vec{I}| = |\vec{F}| \cdot \Delta t$

b) direção: à mesma de  $\vec{F}$

c) sentido: o mesmo de  $\vec{F}$



Consideremos o esquema acima, em que uma partícula movimenta-se ao longo do eixo Ox sob a ação da força  $\vec{F}$ , constante. Tracemos o gráfico do valor algébrico de  $\vec{F}$  em função do tempo:



Se calcular-mos a área sombreada do diagrama ao lado, teremos:

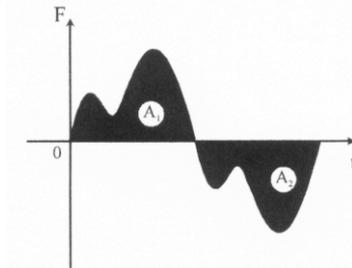
$$A = b \cdot h$$

$$A = \Delta t \cdot F \quad \text{como} \quad \Delta t \cdot F = I$$

concluimos que a área do diagrama é numericamente igual ao impulso da força.

$$A = I$$

Embora a última propriedade tenha sido apresentada a partir de um caso simples e particular, sua validade estende-se também a situações em que a força envolvida tem direção constante, porém valor algébrico variável. É claro que, nesses casos, sua verificação requer um tratamento matemático mais elaborado.



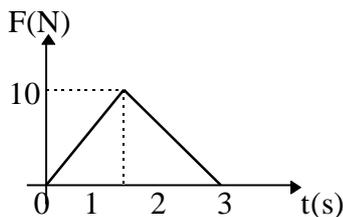
Tendo em conta o exposto, podemos dizer, de modo geral que:

Dado um diagrama do valor algébrico da força atuante em uma partícula em função do tempo, a "área" compreendida entre o gráfico e o eixo dos tempos expressa o valor algébrico do impulso da força. No entanto, a força considerada deve ter direção constante.

### EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM:

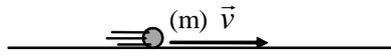
01) Uma força constante de 50N age sobre um móvel durante 0,2 s. Calcule o impulso da força.

02) Dado o diagrama abaixo, determine o impulso da força F, sabendo que ela age na mesma direção e sentido do movimento:



## 7.2 - Quantidade de Movimento:

Considere uma partícula de massa "m", dotada de velocidade  $\vec{v}$ :



Por definição, chama-se quantidade de movimento da partícula o vetor:

$$\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$$

O vetor  $\vec{Q}$  tem as seguintes características: a) módulo:  $|\vec{Q}| = m \cdot |\vec{v}|$

b) direção: à mesma de  $\vec{v}$

c) sentido: o mesmo de  $\vec{v}$

### EXERCÍCIO DE APRENDIZAGEM:

03) Um corpo de massa 2 kg inicialmente em repouso sofre a ação de uma força constante de 20 N. Qual a sua quantidade de movimento depois de 5s?

obs. Entende-se por quantidade de movimento de um sistema de partículas, a soma das quantidades de movimento das partículas constituintes do sistema.  $\vec{Q} = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{Q}_3 + \dots + \vec{Q}_n$

- **Sistema isolado de partículas:** É aquele que não apresenta interações de caráter externo ou seja  $F_r$  externa é nula.

### 7.2.1 - Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento:

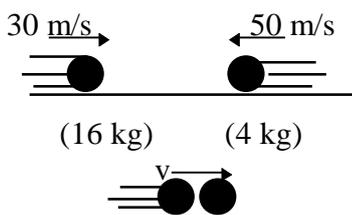
A quantidade de movimento de um sistema isolado de partículas é constante.

$$Q_i = Q_f$$

### EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM:

04) Um canhão com massa de 500 kg dispara um projétil com massa de 2 kg com uma velocidade de 500 m/s. Determine a velocidade de recuo do canhão.

05) Na figura ao lado temos duas esferas se movimentando em sentidos contrários. Determine a velocidade das esferas sabendo que após o choque elas permanecem em contato.



**7.3 Teorema do Impulso:**

O impulso da resultante de um sistema de forças que age numa partícula durante o intervalo de tempo  $\Delta t$  é igual à variação da quantidade de movimento, nesse intervalo de tempo.

**Demonstração:**  $\vec{F}_r = m \cdot \vec{a}$  como  $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$  temos que  $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}$  logo  $\vec{F}_r = m \cdot \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}$

então  $\vec{F}_r \cdot \Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0$

$$\boxed{\vec{I} = \vec{Q}_f - \vec{Q}_i}$$

obs. O impulso das forças internas de um sistema isolado de partículas é nulo, pois  $\mathbf{I} = \Delta \mathbf{Q}$  e como  $\Delta \mathbf{Q} = \mathbf{0}$  então  $\mathbf{I} = \mathbf{0}$

**EXERCÍCIO DE APRENDIZAGEM:**

06) Uma partícula de 8 kg de massa desloca-se em trajetória retilínea, quando lhe é aplicada, no sentido do movimento, uma força resultante de intensidade 20 N. Sabendo-se que no instante de aplicação da força a velocidade da partícula valia 5,0 m/s, determinar:

- O módulo do impulso comunicado à partícula, durante 10 s de aplicação da força;
- o módulo da velocidade da partícula ao fim do impulso referido no item anterior.

R:

**7.4 - Colisões Mecânicas (Choques) :**

Num jogo de bilhar, por exemplo, podemos observar um bom número de colisões mecânicas. As bolas, lançadas umas contra as outras, interagem entre si, alterando as características de seus movimentos iniciais.

Para estudarmos os diversos tipos de choques, precisamos utilizar o conceito de coeficiente de restituição:

$$e = \frac{\text{velocidade relativa de afastamento}}{\text{velocidade relativa de aproximação}}$$

$$e = \frac{v_B' - v_A'}{v_A - v_B}$$

onde:  $v_A'$  = Velocidade relativa do corpo A depois do choque.

$v_B'$  = Velocidade relativa do corpo B depois do choque.

$v_A$  = Velocidade do corpo A antes do choque.

$v_B$  = Velocidade do corpo B antes do choque.

Sendo assim teremos os seguintes casos:

- Se  $e = 0$ , teremos um choque inelástico ( $v_B' = v_A'$ )
- Se  $e = 1$ , teremos um choque perfeitamente elástico.
- Se  $0 < e < 1$ , teremos um choque parcialmente elástico.
- Se  $e > 1$ , teremos um choque superelástico - (reações nucleares)

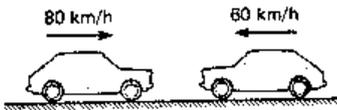
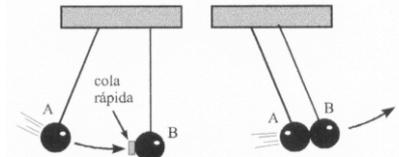
No 1º caso os dois corpos movem-se com a mesma velocidade, formando um único bloco depois do choque. A quantidade de movimento do sistema se conserva, porém, durante a colisão, há deformação, com dissipação de energia. A energia cinética não se conserva.

$$e = 0 \Rightarrow Q_i = Q_f \Rightarrow E_{ci} > E_{cf}$$

Observe os dois exemplos:  
1)



2)



$v_A = 80 \text{ km/h}$   
 $v_B = -60 \text{ km/h}$   
 A velocidade relativa será sempre a velocidade de quem tem maior velocidade menos a velocidade de quem tem menor velocidade (em valor algébrico)  
 $v_{ri} = v_A - v_B$   
 $v_{ri} = 80 - (-60)$   
 $v_{ri} = 80 + 60$   
 $v_{ri} = 140 \text{ km/h}$

Antes da colisão

$$v_A = v_B = 0$$

$$v_{rf} = 0$$

$$e = \frac{v_{rf}}{v_{ri}} = \frac{0}{140} = 0$$

Depois da colisão

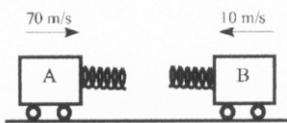
Nos dois casos como não há separação entre as partículas após a colisão teremos:  
 $e = 0$

Já no caso do choque perfeitamente elástico, após a colisão os corpos movem-se separadamente. A quantidade de movimento também se conserva assim como a energia cinética do sistema.

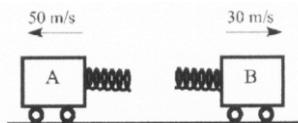
$$e = 1 \Rightarrow Q_i = Q_f \Rightarrow E_{ci} = E_{cf}$$

Observe os exemplos:

Exemplo 1:



Antes da colisão  $v_{ri} = 80 \text{ m/s}$



Depois da colisão  $v_{rf} = 80 \text{ m/s}$

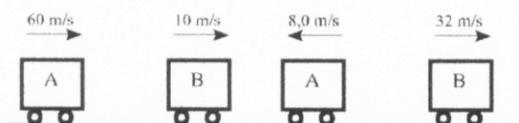
$e = 1$

No caso do choque parcialmente elástico, após a colisão os corpos não movem-se juntos, porém teremos algo análogo ao 1º caso:

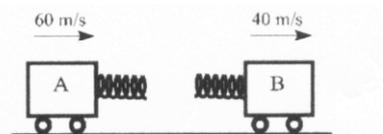
Observe o exemplo:

Antes da colisão

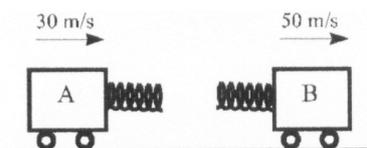
Depois da colisão



Exemplo 2:



Antes da colisão  $v_{ri} = 20 \text{ m/s}$



Depois da colisão  $v_{rf} = 20 \text{ m/s}$

$e = 1$

$v_{ri} = 60 - 10$   
 $v_{ri} = 50 \text{ m/s}$

$v_{rf} = 32 + 8,0$   
 $v_{rf} = 40 \text{ m/s}$

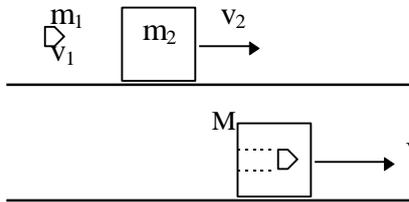
$e = 0,80$

$$0 < e < 1 \Rightarrow Q_i = Q_f \Rightarrow E_{ci} > E_{cf}$$

**EXERCÍCIO DE APRENDIZAGEM:**

07) Dois corpos de massas  $m_1 = 2 \text{ kg}$  e  $m_2 = 8 \text{ kg}$  se movimentam na mesma direção e sentido, com velocidades respectivamente iguais a  $10 \text{ m/s}$  e  $5 \text{ m/s}$ . Admitindo que colidam elasticamente, calcular suas velocidades após o choque.

08) Um projétil de massa  $200 \text{ g}$  e velocidade de  $150 \text{ m/s}$  colide inelasticamente com um bloco de massa  $3,8 \text{ kg}$  e velocidade de  $10 \text{ m/s}$ , como na figura.



Calcular:

- a velocidade do corpo após a colisão;
- a variação da energia cinética do sistema.

**EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:**

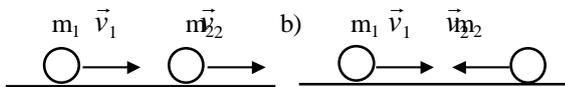
01) Quando duas partículas se movimentam em sentidos contrários, a velocidade relativa de aproximação é a \_\_\_\_\_ (soma/diferença) entre as velocidades das partículas e a velocidade relativa de afastamento é a \_\_\_\_\_ (soma/ diferença) entre as velocidades das partículas..

Define-se coeficientes de restituição ( $e$ ) como a razão entre a velocidade relativa de \_\_\_\_\_ (aproximação/afastamento) e a velocidade relativa de \_\_\_\_\_ (aproximação/afastamento).

Numa colisão perfeitamente elástica a energia cinética final é \_\_\_\_\_ (maior/igual/menor) que a energia cinética inicial do sistema. Nesta colisão, o momento linear do sistema é \_\_\_\_\_ (aumentado/conservado/eliminado) já que o sistema pode ser considerado \_\_\_\_\_ (alterado / isolado) e o coeficiente de restituição é \_\_\_\_\_ ( $> / = / <$ ) 1.

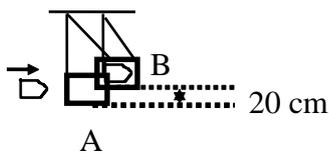
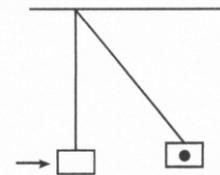
Numa colisão perfeitamente inelástica ocorre a \_\_\_\_\_ (mínima/máxima) dissipação de energia cinética em energia térmica. Nesta colisão o momento linear do sistema é \_\_\_\_\_ (conservado / alterado) e o coeficiente de restituição é  $e =$  \_\_\_\_\_ ( $0 / 1$ ) já que os corpos, depois do choque se movimentam \_\_\_\_\_ (unidos / separados).

02) Dois móveis de massas  $m_1 = 2 \text{ kg}$  e  $m_2 = 4 \text{ kg}$  possuem velocidades  $v_1 = 12 \text{ m/s}$  e  $v_2 = 8 \text{ m/s}$  e se movimentam em uma mesma direção. Calcular suas velocidades após a colisão, supostamente elástica, admitindo-se:



03) Um projétil de massa  $m_1 = 100 \text{ g}$  tem velocidade de  $200 \text{ m/s}$  quando encontra um pêndulo balístico de massa  $1,9 \text{ kg}$ , penetrando nele. Determine:

- a velocidade do conjunto depois da colisão;
- a energia cinética dissipada;
- a altura  $H$  que o pêndulo alcança.



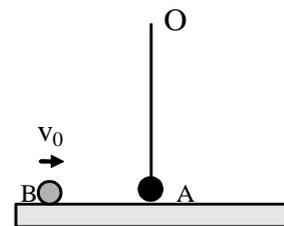
04) Um projétil de  $40 \text{ g}$  de massa atinge um bloco de  $10 \text{ kg}$  suspenso por dois fios de massas desprezíveis, e nele se encrava. O bloco, recebendo o projétil, eleva-se de  $20 \text{ cm}$  em relação à posição inicial. Qual a velocidade do projétil ao atingir o bloco? Admita  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

05) No esquema ao lado,  $m_A = 1 \text{ kg}$  e  $m_B = 2 \text{ kg}$ . Não há atrito entre os corpos e o plano de apoio. A mola tem massa desprezível. Estando a mola comprimida entre os blocos, o sistema é abandonado em repouso. A mola se distende e cai por não estar presa a nenhum deles. O corpo B adquire velocidade de  $0,5 \text{ m/s}$ . Determine a energia potencial da mola no instante em que o sistema é abandonado livremente.

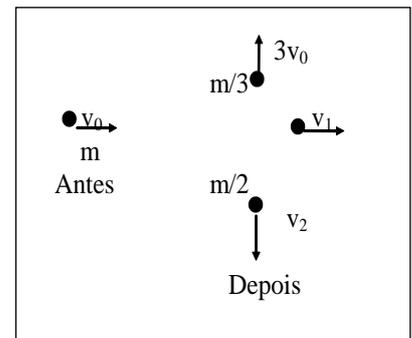


06) (UNICAMP) - Uma esferazinha A de massa  $m$ , presa a um pino O por um fio leve e inextensível, tangencia um plano horizontal liso. Uma segunda esferazinha B, de mesma massa  $m$ , desloca-se com velocidade de  $1 \text{ m/s}$  e vai chocar-se frontalmente com a primeira, que está em repouso. Admita que todas as possíveis colisões neste evento são perfeitamente elásticas.

- Quantas colisões haverá entre as duas esferazinhas?
- Quais serão as velocidades das esferazinhas ao final desse evento?



07) Um corpo A, de massa  $m_A = 3,0 \text{ kg}$  e velocidade  $v_A = 15 \text{ m/s}$ , choca-se com outro corpo, de massa  $m_B = 2,0 \text{ kg}$  e velocidade  $v_B = 20 \text{ m/s}$ , que se movia na mesma direção e sentido. Sabendo que os corpos passam a se mover juntos, determine a velocidade após o choque e a energia mecânica perdida.



**Vestibular:**

01) Dois corpos A e B iguais e de mesma massa "m" estão numa mesa perfeitamente lisa e horizontal. "A" choca-se com "B", inicialmente em repouso, num choque perfeitamente elástico e frontal com velocidade  $v_0$ . Determine a velocidade de A e B após o choque.

- a)  $v_0$  e  $v_0$
- b) 0 e  $v_0$
- c) 0 e  $2v_0$
- d) 0 e 0
- e)  $2v_0$  e  $v_0$

02) Ao resolvermos um problema de choque elástico entre dois corpos, aplicamos o(s) princípio(s) de:

- a) Conservação de energia e quantidade de movimento a um único corpo.
- b) Quantidade de movimento a cada corpo isoladamente.
- c) Conservação de energia e quantidade de movimento ao sistema como um todo.
- d) Quantidade de movimento a um só corpo.
- e) n.r.a.

03) Num choque frontal, perfeitamente elástico entre duas partículas idênticas Q e P, com P inicialmente em repouso, observa-se que:

- a) Há transferência total de energia cinética de Q para P.
- b) A energia cinética de Q, antes e depois do choque, é a mesma.
- c) Não há conservação de energia cinética total.
- d) Não há conservação da quantidade de movimento.
- e) Ocorre um aumento da energia cinética em Q.

04) Num choque mecânica verifica-se sempre:

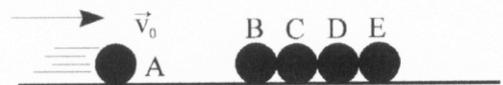
- a) Conservação da energia mecânica.
- b) Conservação do momento linear.
- c) inversão das velocidades.
- d) As afirmativas (a) e (b) estão corretas.
- e) Ocorre um aumento da energia cinética em de Q.

05) Uma bala de massa "m" e velocidade  $v$  atinge um bloco de madeira de massa  $M$ , onde se incrusta. A velocidade do bloco antes do choque que é nula. O módulo da velocidade do sistema bala-bloco, logo após o choque, é:

- a)  $\frac{mv}{M+v}$
- b)  $\frac{Mv}{m+M}$
- c)  $\frac{Mv}{M+v}$
- d)  $\frac{mv}{M+m}$
- e)  $\frac{M+m}{v}$

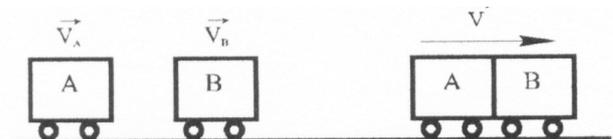
06) Uma bola de bilhar possui velocidade de 2 m/s e choca-se contra 4 outras elasticamente. O choque é central e todas as bolas têm a mesma massa. Ocorrerá, após o choque, que:

- a) A bola bate e volta, com a mesma velocidade em módulo.
- b) A bola bate e pára, ficando todas em repouso.
- c) A bola bate e volta, com velocidade menor em módulo.
- d) A bola bate, pára, e a esfera E sai com velocidade de 2 m/s.
- e) As cinco se deslocam juntas com velocidades de 2 m/s.

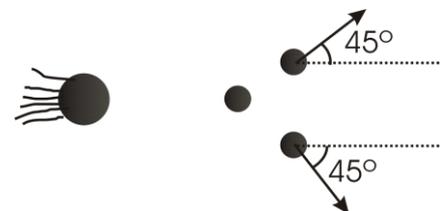


07) Para a figura abaixo são válidos os seguintes dados:  $m_A = 2 \text{ kg}$  ;  $m_B = 8 \text{ kg}$  ;  $v_A = 4 \text{ m/s}$  ;  $v_B = 0$  . O atrito é desprezível. Após o choque os carros permanecem com uma única velocidade  $v$ , que vale, em módulo:

- a) 18 m/s
- b) 6 m/s
- c) 8 m/s
- d) 0,8 m/s
- e) 2 m/s



Este enunciado se refere às questões 08 e 09. Uma bomba logo antes de explodir em 3 pedaços A, B e C de igual massa, tem velocidade  $v_0 = 200 \text{ m/s}$ . Logo após a explosão, os fragmentos A e B



têm velocidades  $v_A = v_B = 200 \sqrt{2}$  m/s, sendo que  $v_A$  e  $v_B$  fazem um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal.

08) (FUVEST SP) - A velocidade  $v_C$  do fragmento C terá, logo após a explosão, módulo igual a:

- a) 0 m/s  
 b) 400 m/s  
 c)  $200 \sqrt{2}$  m/s  
 d)  $200 (3 - 2\sqrt{2})$  m/s  
 e) 200 m/s

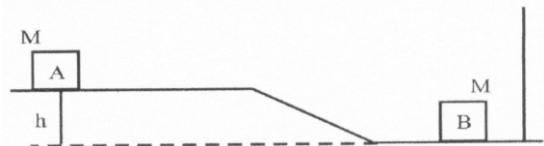
09) (FUVEST SP) - A velocidade  $v_C$  forma com a direção de  $v_0$  um ângulo:

- a)  $0^\circ$   
 b)  $180^\circ$   
 c)  $90^\circ$   
 d)  $90^\circ$  normal ao plano da figura.  
 e) indefinido pois o vetor nulo não tem direção.

10) (UFES) - A figura mostra um corpo de massa  $M$  se deslocando no plano do papel, com velocidade de 3 m/s. Se num determinado instante o corpo se parte em 3 pedaços iguais, o pedaço 1 sairá com uma velocidade igual a:

- a) 9 m/s  
 b) 6 m/s  
 c) 3 m/s  
 d) 1 m/s  
 e)  $1/3$  m/s

11) (UFRGS-RS) - Dois carrinhos, A e B, conforme a figura, possuem massas iguais a  $M$  e estão em repouso sobre uma superfície livre de atritos. O carro A desliza e colide com o carro B, ao qual permanece unido. Qual será a velocidade do conjunto formado pelos dois carros imediatamente após a colisão, sendo  $g$  a aceleração da gravidade?



- a)  $4\sqrt{gh}$     b)  $2\sqrt{2gh}$     c)  $\sqrt{gh}$     d)  $\frac{\sqrt{2gh}}{2}$     e)  $\frac{\sqrt{2gh}}{4}$

Gabarito:

Exercícios de Aprendizagem:

- 1) 10 N.s    2) 15 N.s    3)  $Q = 100 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$     4)  $v_c = -2 \text{ m/s}$     5)  $v = 14 \text{ m/s}$     6) a) 200 N.s    b)  $v = 30 \text{ m/s}$     7)  $v_1' = 2 \text{ m/s}$      $v_2' = 7 \text{ m/s}$     8) a)  $V = 17 \text{ m/s}$     b)  $\Delta E_c = -1862 \text{ J}$

Exercícios de Fixação:

- 01) soma - diferença - afastamento - aproximação - igual - conservado - isolado - = - máxima - conservado - 0 - unidos.  
 02) a)  $v_1' = 6,6 \text{ m/s}$  e  $v_2' = 10,7 \text{ m/s}$     b)  $v_1' = -14,6 \text{ m/s}$  e  $v_2' = 5,3 \text{ m/s}$     03) a) 10 m/s    b) -1900 J    c)  $H = 5 \text{ m}$   
 04)  $v = 500 \text{ m/s}$     05) 0,75 J    06) a) duas    b)  $v_A = 0$  e  $v_B = -1 \text{ m/s}$     07) 17 m/s e 15 J  
 08) a)  $v_1 = 6 v_0$     b)  $v_2 = 2 v_0$     c) aumenta

Vestibular:

- 01) B    02) C    03) A    04) B    05) D    06) D    07) D    08) E    09) A    10) A    11) D



## Aula de Física

Aula particular de Física pela internet, individual ou em grupo.

☎ (21) 98469-9906 - Whatsapp

Programas Skype ou TeamViewer

Veja como funciona em

[www.fisicafacil.net](http://www.fisicafacil.net)