

Unidade III: Movimento Uniformemente Variado (M.U.V.)

3.1- Aceleração Escalar (a): Em movimentos nos quais as velocidades dos móveis variam com o decurso do tempo, introduz-se o conceito de uma grandeza cinemática denominada **aceleração**.

ACELERAÇÃO ESCALAR (a) = taxa de variação da velocidade escalar numa unidade de tempo.

Num intervalo de tempo ($\Delta t = t_f - t_i$), com uma variação de velocidade escalar ($\Delta v = v_f - v_i$), define-se a aceleração escalar média (a_m) pela relação:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Quando o intervalo de tempo é infinitamente pequeno, a aceleração escalar média passa a ser chamada de aceleração escalar instantânea (a).

EXEMPLO 1: Qual é a aceleração de um móvel que em 5s altera a sua velocidade escalar de 3 m/s para 13 m/s ?

Solução:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \quad \text{logo} \quad a_m = \frac{13\text{m/s} - 3\text{m/s}}{5\text{s}} \quad \rightarrow \quad a_m = \frac{2\text{m/s}}{\text{s}}$$

Conclusão: $a_m = 2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow$ *Esse resultado indica que a cada segundo que passa, a velocidade escalar aumenta em 2m/s em média.*

3.2- Classificação do movimento: A classificação do movimento com variação de velocidade escalar é feita comparando-se os sinais da velocidade e da aceleração em um certo momento, deste modo:

- ACELERADO \Rightarrow mesmo sinal	$v > 0$ e $a > 0$	\oplus	\oplus
	$v < 0$ e $a < 0$	\ominus	\ominus
- RETARDADO \Rightarrow sinais opostos	$v > 0$ e $a < 0$	\oplus	\ominus
	$v < 0$ e $a > 0$	\ominus	\oplus

Conclui-se matematicamente, que nos movimentos acelerados o módulo da velocidade aumenta, enquanto que nos retardados, diminui.

EXEMPLO 2: Qual é a aceleração escalar média de uma partícula que, em 10 segundos, altera a velocidade escalar de 17 m/s para 2 m/s? Classifique o movimento.

Solução: Como já vimos no exemplo 1 :

$$a_m = \frac{v - v_0}{t - t_0} \quad \text{logo} \quad a_m = \frac{2 - 17}{10} = -\frac{15}{10} = -1,5 \text{ m/s}^2$$

*Observe que esta partícula está sendo freada pois sua velocidade é positiva mas sua aceleração é negativa, logo, temos um movimento **progressivo retardado**.*

Obs: As unidades mais utilizadas de aceleração são:

No SI	No CGS	Outras
m/s^2	cm/s^2	km/h^2 , km/s^2 etc.

3.3- Movimento Uniformemente Variado (M.U.V) : Um movimento no qual o móvel mantém sua aceleração escalar constante, não nula, é denominado movimento uniformemente variado. Em consequência, a aceleração escalar instantânea (a) e a aceleração escalar média (a_m) são iguais.

3.3.1- Equação das velocidades: Como no MUV a aceleração é constante, teremos $a = a_m$ ou seja:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t \Rightarrow v - v_0 = a \cdot \Delta t$$

Como $\Delta t = t - t_0$, chamaremos de t_0 o exato momento em que se dispara um cronômetro para registrar o tempo $t_0 = 0$

$$v - v_0 = a \cdot t \Rightarrow$$

$$\boxed{v = v_0 + a \cdot t}$$

Esta expressão é chamada de equação horária das velocidades de um MUV.

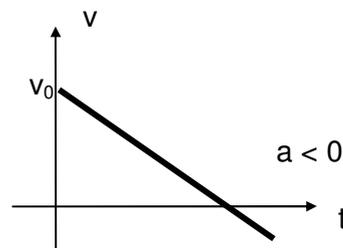
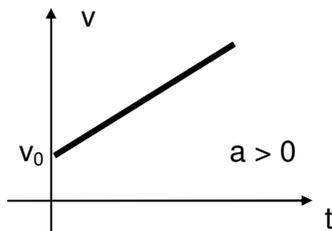
EXEMPLO 3: Um móvel tem velocidade de 20 m/s quando a ele é aplicada uma aceleração constante e igual a -2 m/s^2 . Determine: a) o instante em que o móvel pára; b) classifique o movimento antes da parada e depois da parada sabendo-se que o móvel continuou com aceleração igual.

Solução: Dados: $v_0 = 20 \text{ m/s}$ a) $t = ?$ $v = 0$
 $a = -2 \text{ m/s}^2$ $v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow 0 = 20 - 2 \cdot t \Rightarrow 2t = 20 \Rightarrow \underline{t = 10 \text{ s}}$

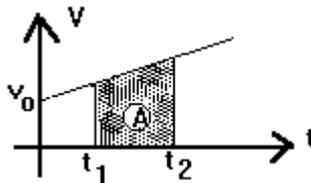
b) Como o movimento é uniformemente variado, isto significa que a aceleração é constante, sendo assim $a = -2 \text{ m/s}^2 < 0$
 Antes da parada - $v > 0$ e $a < 0$ - MUV progressivo e retardado
 Depois da parada - $v < 0$ e $a < 0$ - MUV retrógrado e acelerado.

Obs: Se você não enxergou que a velocidade antes de 10 s é maior que zero e depois de 10 s é menor que zero, basta substituir um tempo qualquer na equação das velocidades que verificará.

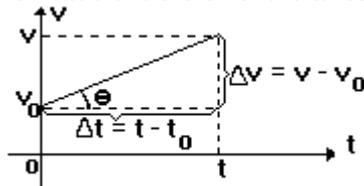
3.3.2- Gráfico das velocidades no MUV: Como no MUV temos que $v = v_0 + a t$ (uma função do 1º grau em t) o diagrama correspondente será uma reta. Essa reta poderá ser crescente ou decrescente conforme a aceleração seja maior ou menor que zero.



Da mesma forma que no M.U. , a área sob o gráfico $v \times t$ é numericamente igual ao espaço percorrido entre dois instantes:



Uma outra propriedade relacionada ao diagrama $v \times t$ para o MUV , está ligada à tangente do ângulo formado entre o eixo t e a reta do gráfico $v \times t$:

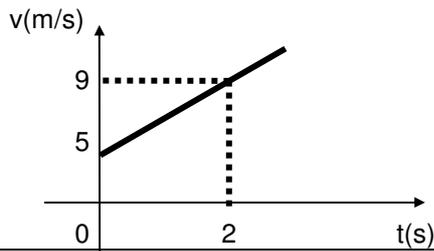


$$\text{Sabemos que } \text{tg} \theta = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a$$

Portanto $\text{tg} \theta = a$ (lê-se numericamente igual)

Conclusão : A tangente é numericamente igual a aceleração da partícula.

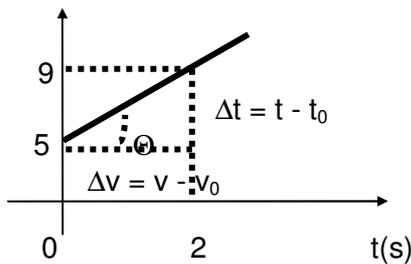
EXEMPLO 4: Um ponto material desloca-se sobre uma reta e sua velocidade em função do tempo é dada pelo gráfico:



Pede-se:

- a velocidade inicial;
- a aceleração;
- a função horária das velocidades;
- o deslocamento do ponto material entre 0 e 2s;
- a velocidade média entre 0 e 2s.

Solução: a) A velocidade inicial é determinada quando $t = 0$, logo $v_0 = 5 \text{ m/s}$.
b) A aceleração é calculada pela tangente do ângulo θ .

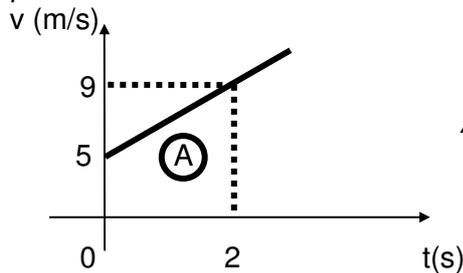


$$\operatorname{tg}\theta = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_0}{t_2 - t_0} = \frac{9 - 5}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2$$

então: $a = 2 \text{ m/s}^2$

c) Como o gráfico $v = f(t)$ é uma reta, a função é do 1º grau; portanto: $v = v_0 + a \cdot t$
Substituindo os valores encontrados temos: $v = 5 + 2t$

d) O deslocamento é calculado pela área compreendida entre os instantes 0 e 2s e a reta que representa a velocidade:



$$A = \Delta S = \frac{\text{Área do trapézio}}{2} = \frac{(9 + 5) \cdot 2}{2} = 14 \text{ m}$$

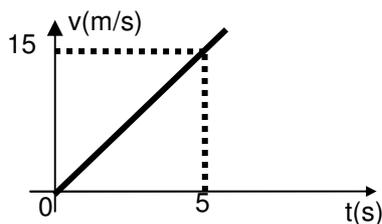
e) $V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{14}{2} = 7$, logo $V_m = 7 \text{ m/s}$

ou leitura do gráfico só para MUV: $V_m = \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{5 + 9}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ m/s}$

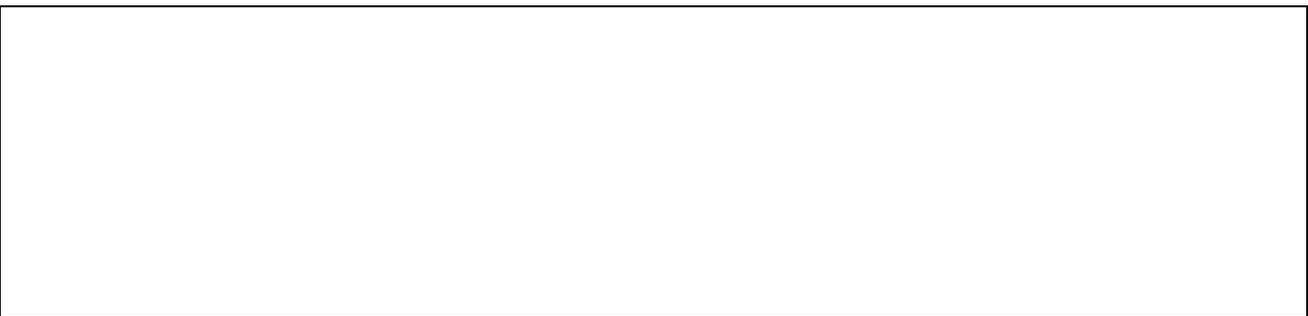
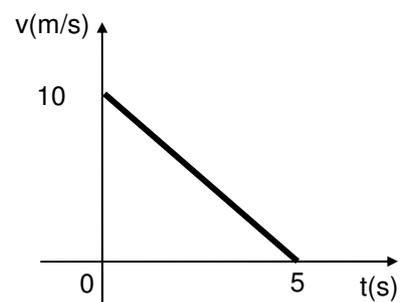
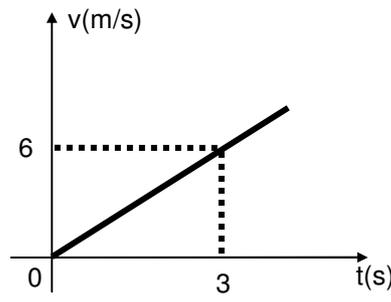
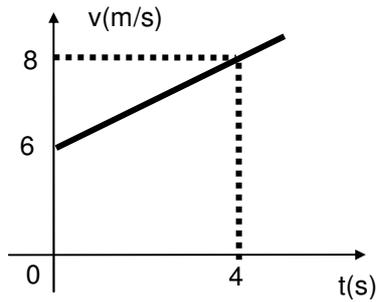
EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM:

1) O gráfico da velocidade para um móvel que se desloca numa trajetória retilínea é dado a seguir:

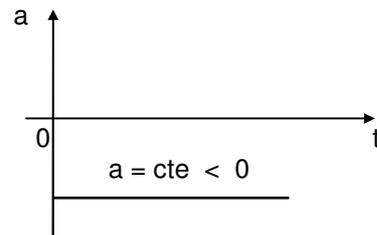
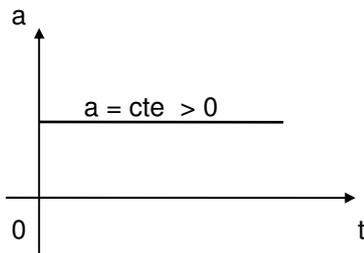
Determine: a) A função horária das velocidades ;
b) o deslocamento do móvel entre 0 e 5 s
c) a velocidade média entre 0 e 5s.



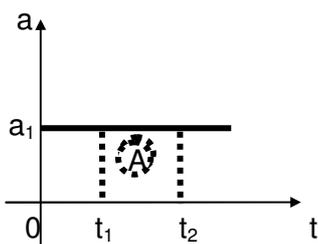
2) Os gráficos abaixo indicados representam a velocidade de um móvel em função do tempo. Determine para cada caso a função $v = f(t)$.



3.3.3- Gráfico da aceleração: No movimento uniformemente variado a aceleração é constante e diferente de zero; portanto, o gráfico tem as formas:



Propriedade: No gráfico $a = f(t)$ a área A , compreendida entre os instantes t_1 e t_2 , mede a variação de velocidade entre estes instantes.



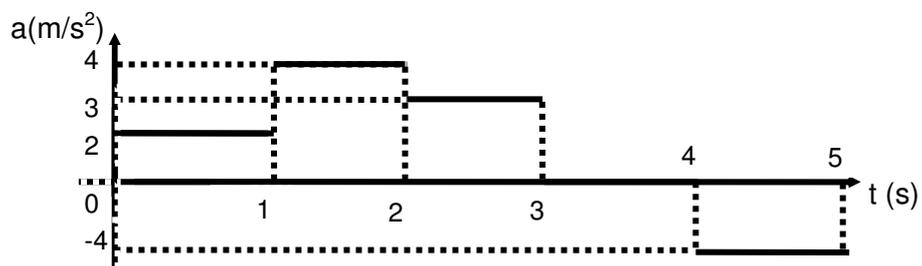
Sabemos que: $A = a_1 \cdot (t_2 - t_1)$ (1)

Mas $a_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{t_2 - t_1} \Rightarrow \Delta V = a_1 \cdot (t_2 - t_1)$ (2)

Comparando (1) e (2) vem: **numericamente igual**

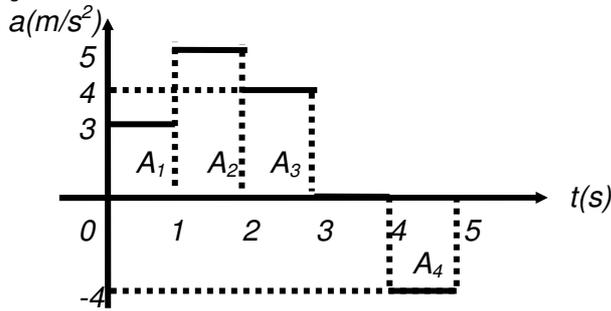
(1) = (2) \Rightarrow $A = \Delta V$

EXEMPLO 5: O gráfico a seguir indica a aceleração adquirida por um móvel em função do tempo sobre uma trajetória retilínea:



Sabendo que no instante $t = 0$ o móvel tinha velocidade 10 m/s e estava na posição $+8 \text{ m}$, pede-se:
 Construir o gráfico da velocidade em função do tempo.

Solução:



Cálculo de:

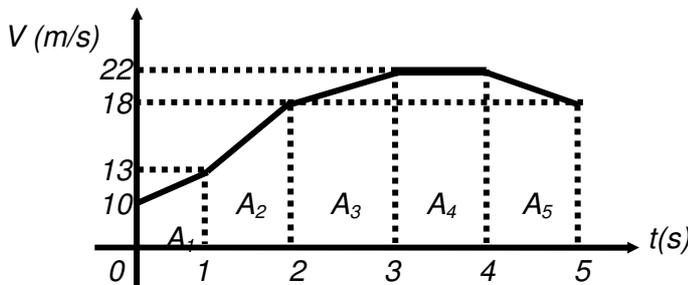
$$A_1 = 3 \Rightarrow \Delta V_1 = 3 \text{ m/s}$$

$$A_2 = 5 \Rightarrow \Delta V_2 = 5 \text{ m/s}$$

$$A_3 = 4 \Rightarrow \Delta V_3 = 4 \text{ m/s}$$

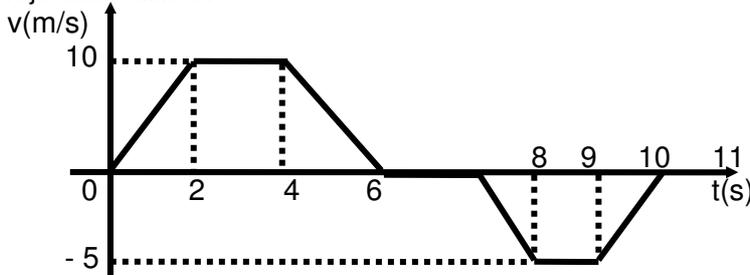
$$A_4 = -4 \Rightarrow \Delta V_4 = -4 \text{ m/s}$$

A velocidade no instante $t = 1 \text{ s}$ é: $V_1 = V_0 + \Delta V_1 = 10 + 3 = 13 \text{ m/s}$.
 A velocidade no instante $t = 2 \text{ s}$ é: $V_2 = V_1 + \Delta V_2 = 13 + 5 = 18 \text{ m/s}$.
 A velocidade no instante $t = 3 \text{ s}$ é: $V_3 = V_2 + \Delta V_3 = 18 + 4 = 22 \text{ m/s}$.
 A velocidade no instante $t = 4 \text{ s}$ é: $V_4 = V_3 = 22 \text{ m/s}$.
 A velocidade no instante $t = 5 \text{ s}$ é: $V_5 = V_4 - \Delta V_4 = 22 - 4 = 18 \text{ m/s}$.



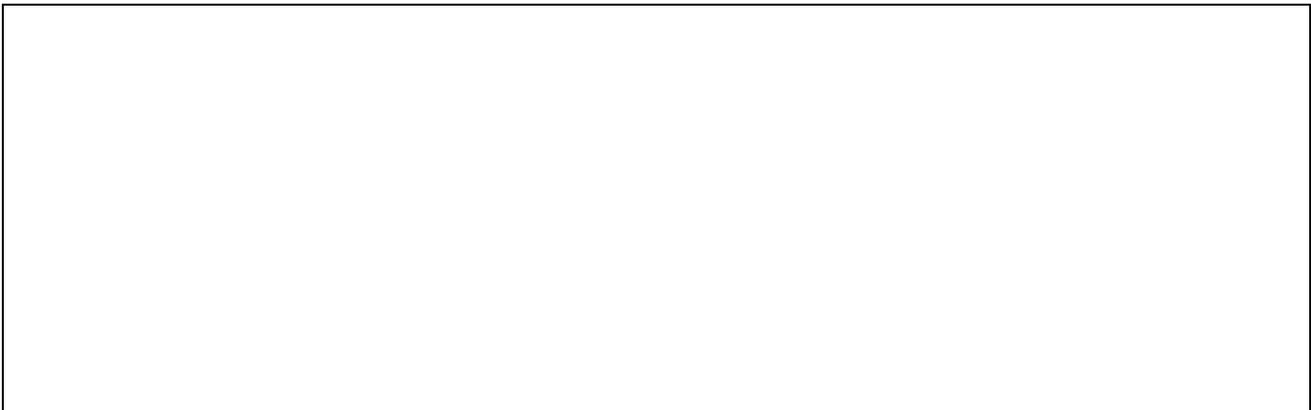
EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM:

3) O gráfico a seguir indica a velocidade em função do tempo de um móvel que se movimenta sobre uma trajetória retilínea:

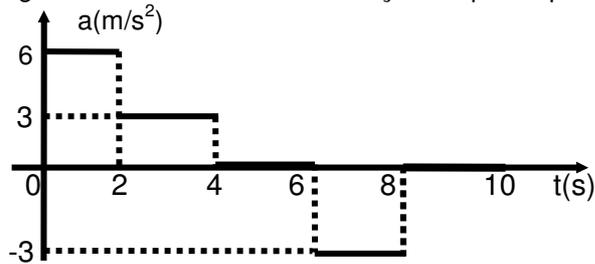


Sabendo que no instante $t = 0$ o móvel estava na posição $+6 \text{ m}$, pede-se:

- representar numa trajetória esse movimento;
- construir o gráfico da aceleração em função do tempo.



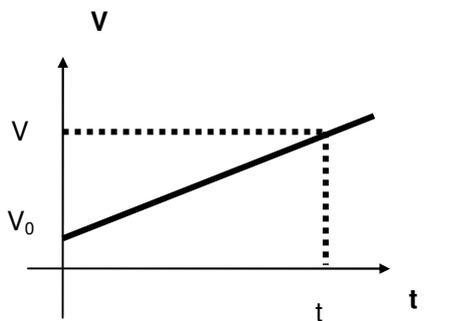
4) O gráfico abaixo indica a aceleração adquirida por um móvel sobre uma trajetória retilínea.



Sabendo que no instante $t = 0\text{s}$ o móvel tinha velocidade de 8 m/s e estava na origem das posições, pede-se:

- construir o gráfico $v = f(t)$;
- representar numa trajetória esse movimento.

3.3.4 - Equação horária das posições no MUV: Uma das formas de demonstrar a função horária do espaço do MUV é a partir do diagrama $v \times t$:



Tente demonstrar a partir da área do gráfico ao lado a função

horária das posições do MUV. $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$

EXEMPLO 6: Um móvel desloca-se sobre uma reta segundo a função horária $S = -15 - 2t + t^2$ (no SI).

Pede-se:

- o tipo de movimento;
- a posição inicial;
- a velocidade inicial;
- a aceleração;
- a função $v = f(t)$;
- o instante em que o móvel passa pela origem das posições.

Solução: a) A função horária $S = -15 - 2t + t^2$ é do 2º grau, portanto o movimento é uniformemente variado.

b) Por comparação: $S = S_0 + v_0 t + a/2 \cdot t^2 \Rightarrow S_0 = -15 \text{ m}$ (o móvel está a 15 metros da origem).

c) Também por comparação temos que $V_0 = -2 \text{ m/s}$.

d) Por comparação temos: $(1/2) a = 1$ então $a = 2 \text{ m/s}^2$

e) $V = V_0 + a \cdot t \Rightarrow$ Substituindo os valores encontrados anteriormente temos que: $V = -2 + 2 \cdot t$

f) A origem das posições temos quando $S = 0$:

$$S = -15 - 2t + t^2$$

$$0 = -15 - 2t + t^2$$

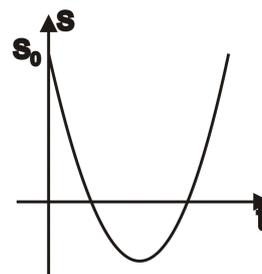
Resolvendo a equação temos $t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm 8}{2} = 5 \text{ s}$ só é considerado o tempo positivo.

EXERCÍCIO DE APRENDIZAGEM:

5) Um ponto material caminha em MUV segundo a função horária $S = 12 - 8t + 4t^2$, no S.I. Pergunta-se:

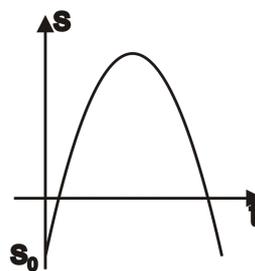
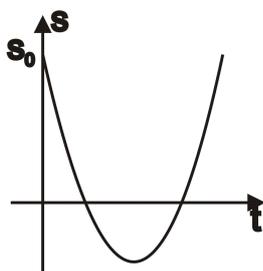
- qual a sua posição inicial;
- qual a sua velocidade inicial;
- qual a sua aceleração;
- qual a sua posição no instante 10 s;
- o instante em que ele passa pela origem dos espaços;
- determine a função horária das velocidades;
- o instante em que o móvel inverte o sentido do movimento;
- classifique o movimento para o instante $t = 3 \text{ s}$.

3.3.5 - Gráfico S x t no M.U.V. : Para o MUV temos que $S = S_0 + V_0 t + at^2 / 2$. Como esta é uma função do 2º grau em t, o gráfico correspondente será uma parábola.



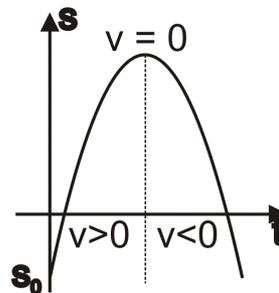
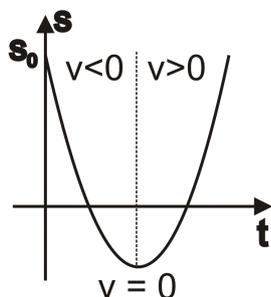
- PROPRIEDADES DO DIAGRAMA:

1ª) O diagrama horário de um MUV resulta sempre numa parábola, a qual pode apresentar sua concavidade voltada para cima ou para baixo:



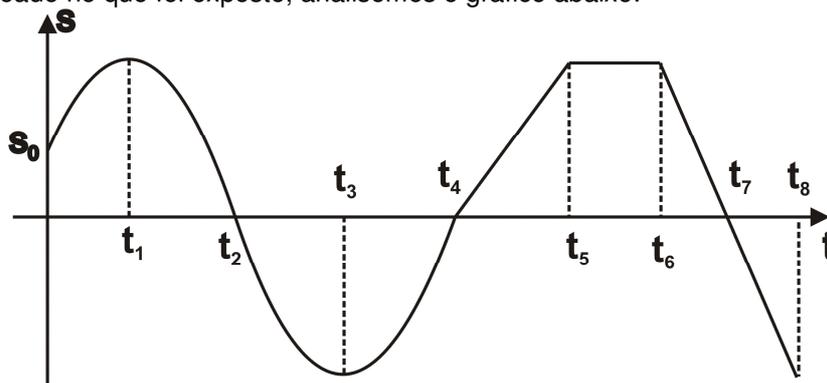
O fato de a concavidade ser voltada para cima ou para baixo depende de o sinal da aceleração ser positivo ou negativo.

2ª) No diagrama horário, quando a curva se apresenta ascendente, a velocidade é positiva; quando descendente, a velocidade é negativa. Nos vértices das parábolas, as velocidades se anulam.



A 2ª propriedade é que de uma maneira não muito simples, pode-se calcular velocidades através de tangentes, da mesma forma que já foi visto no M.U. . A demonstração disso você verá quando cursar a universidade e poderá utilizar esse fato quando conhecer um pouco de limites e derivadas que será dado no curso de Matemática.

EXEMPLO 7: Baseado no que foi exposto, analisemos o gráfico abaixo:



Dele podemos concluir que:

- 1- De 0 a t_2 temos um M.U.V. com aceleração negativa, pois a concavidade da parábola é para baixo.
- 2- De 0 a t_1 o movimento é progressivo, pois o espaço é crescente, o que nos indica velocidade positiva.
- 3- De 0 a t_1 o movimento é retardado, pois a velocidade e a aceleração apresentam sinais contrários.
- 4- De t_1 a t_2 o movimento é retrógrado e acelerado, pois temos velocidade e aceleração negativas.
- 5- De t_2 a t_4 a aceleração é positiva pois a concavidade da parábola é para cima.
- 6- De t_2 a t_3 o movimento é retrógrado e retardado, pois a velocidade é negativa e a aceleração é positiva.
- 7- De t_3 a t_4 o movimento é progressivo e acelerado, pois a velocidade e a aceleração são positivas.
- 8- De t_4 a t_5 o movimento é progressivo e uniforme, pois o espaço varia linearmente com o tempo e a curva é crescente.
- 9- De t_5 a t_6 o corpo está em repouso, pois a sua posição não varia no decorrer do tempo.
- 10- A partir de t_6 o movimento é uniforme e retrógrado, pois o espaço varia linearmente com o tempo e a curva é decrescente.
- 11- Nos instantes t_1 e t_3 o móvel inverte o sentido do movimento.

3.3.6 - Equação de Torricelli : Temos até agora duas funções que nos permitem saber a posição do móvel e a sua velocidade em relação ao tempo. Torna-se útil encontrar uma equação que possibilite conhecer a velocidade de um móvel sem saber o tempo.

A equação de Torricelli relaciona a velocidade com o espaço percorrido pelo móvel. É obtida eliminando o tempo entre as funções horárias da posição e da velocidade.

$$S = S_0 + V_0 \cdot t + (a \cdot t^2) / 2 \quad (1) \qquad V = V_0 + a \cdot t \quad (2)$$

Isolando o tempo "t" na segunda equação e substituindo na primeira, vem:

$$\text{De (2) : } t = \frac{v - v_0}{a} \qquad \text{Substituindo em (1)} \qquad s = s_0 + v_0 \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

$$s = s_0 + \frac{v v_0 - v_0^2}{a} + \frac{1}{2} \left(\frac{v^2 - 2v v_0 + v_0^2}{a} \right)$$

Reduzindo ao mesmo denominador:

$$2a(S - S_0) = 2v_0v - 2v_0^2 + v^2 - 2vv_0 + v_0^2$$

$$2a(S - S_0) = -v_0^2 + v^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(S - S_0) \quad \text{mas } \Delta S = S - S_0 \quad \text{Sendo assim:}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$$

Exemplo: Um carro parte do repouso e ao final de 50m ele atinge uma velocidade de 144 km/h. Determine a aceleração desse carro.

Solução: São dados - $v = 144 \text{ Km/h} = 40 \text{ m/s}$

$$\Delta S = 50 \text{ m}$$

$$v_0 = 0$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

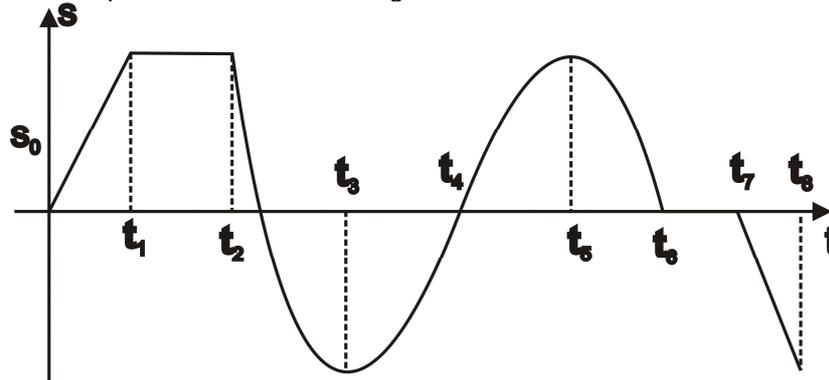
$$40^2 = 0^2 + 2 \cdot a \cdot 50 \quad \Rightarrow \quad 1600 = 100 a \quad \Rightarrow \quad \underline{a = 16 \text{ m/s}^2}$$

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM:

6) Um carro tem velocidade de 20 m/s quando, a 30 m de distância, um sinal vermelho é observado. Qual deve ser a desaceleração produzida pelos freios para que o carro pare a 5 m do sinal?

7) A equação horária de um móvel é $S = 3 - 4t + t^2$ (SI) . Construa o diagrama $S \times t$ desse movimento. Sugestão: Após construir o diagrama, retorne para a equação horária a partir do diagrama.

8) Classifique o movimento para cada trecho do diagrama S x t abaixo:



Exercícios de Fixação:

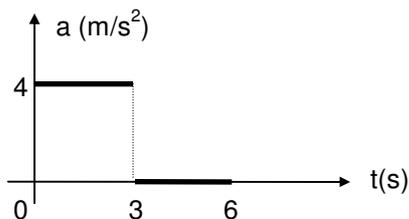
9) Coloque V de verdadeiro ou F de falso:

- () 1. No MRUV a aceleração do móvel varia linearmente com o tempo.
 () 2. No MRUV a velocidade varia linearmente com o tempo.
 () 3. Um carro em marcha a ré não pode realizar movimento acelerado.
 () 4. No movimento uniformemente retardado a velocidade e a aceleração têm sinais opostos.
 () 5. No MRUV o diagrama $s \times t$ fornece uma reta inclinada em relação ao eixo dos tempos.
 () 6. A declividade da reta que você obtém ao construir o diagrama $v \times t$ indica a aceleração do móvel.
 () 7. A velocidade média do móvel que realiza MRUV, entre dois instantes, vale a média aritmética das velocidades instantâneas que o móvel apresenta nos citados instantes.
 () 8. O movimento uniformemente acelerado não pode ser retrógrado.

10) Um móvel percorre o segmento de reta AC com velocidade constante, passando por um ponto B, onde $AB \neq BC$. Se t_1 e t_2 são os tempos gastos nos percursos AB e BC, é verdadeira a seguinte relação:

- a) $AB / t_1 = BC / t_2$ b) $AB / BC = t_2 / t_1$ c) $AB / BC = (t_2 / t_1)^2$ d) $AC = (AB / t_1) + (BC / t_2)$
 d) $AC = (AB + BC) t_1 t_2$

11) Um móvel partindo do repouso executa movimento retilíneo cuja aceleração escalar varia com o tempo conforme o diagrama. Pode-se afirmar que ao fim de 4s, o espaço percorrido é:



- a) 45 m
 b) 100 m
 c) 180 m
 d) 30 m
 e) 50 m

12) Um ponto material caminha em MUV com aceleração de 10 m/s^2 . Sabendo-se que inicialmente sua posição era 30 m e sua velocidade 15 m/s, encontre a sua função horária e a sua posição no instante $t = 3\text{s}$.

13) É conhecida a função das velocidades de um ponto material que caminha em MUV como $v = 2 - 8t$ (SI). Sabendo-se que o móvel partiu da origem pede-se:

- a função horária do móvel;
- o instante em que sua velocidade é nula;
- o instante em que o móvel passa pela posição $-6m$.

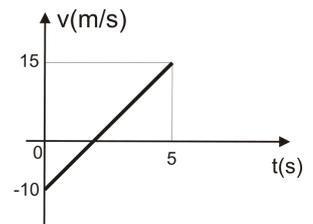
14) Um automóvel trafega sobre uma avenida em M.U. quando é obrigado a freiar bruscamente para não bater em um poste. Sabendo-se que sua velocidade antes de frear era 20 m/s e que ele pára em $2s$, e supondo que a aceleração imposta pelos freios é constante, qual a distância que ele percorre durante a frenagem?

15) Um fuzil é acionado e sabe-se que a bala sai do cano com velocidade de 500 m/s . Sabe-se também que o comprimento do cano é $0,7 \text{ m}$. Calcule:

- a aceleração da bala dentro do cano (suposta constante);
- o tempo de percurso da bala dentro do cano.

16) O diagrama ao lado representa a variação da velocidade de um móvel em relação ao tempo. Determine:

- a aceleração do móvel;
- o instante em que a velocidade é nula.



17) Um ponto material caminha obedecendo a função horária $S = 2t^2 - 18t + 6$ (MKS). Pede-se:

- sua posição inicial;
- sua velocidade inicial;
- sua aceleração;
- os instantes em que o móvel passa pela posição $-10m$.

18) Um ponto material caminha em MUV obedecendo a seguinte função das velocidades: $v = 10 - 4t$ (SI). Pede-se:

- classificar o movimento para $t = 2s$;
- classificar o movimento para $t = 3s$.

19) Um ponto material caminha segundo a função $S = 3t - 8t^2$ (SI). Classifique o movimento do móvel para:

- $t = 0$
- $t = 1s$.

20) Um motorista quando enxerga um obstáculo e precisa frear, leva cerca de $0,7s$ para acionar os freios. Se um motorista caminha a 20 m/s , que distância irá percorrer após enxergar um obstáculo e frear (parar)? Suponha que os freios do carro imprimam ao veículo uma aceleração de 5 m/s^2 .

21) Um objeto se move de acordo com a seguinte equação horária: $d = 5t^2 + 2t + 3$. Determine a velocidade média deste objeto entre os instantes 0 e $2s$ (use sistema CGS).

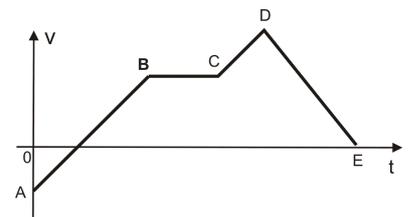
22) Um móvel animado de MRUV, parte do repouso e adquire ao fim de $5s$ a velocidade de 18 Km/h . Que distância, em metros percorreu o móvel durante esse tempo?

23) Uma partícula se movimenta segundo a equação $e = 5 + 2t + 5t^2$. Nestas condições pode-se afirmar que, no SI:

- a partícula se movimenta com a velocidade de 10 m/s ;
- a partícula se movimenta com aceleração variável;
- no intervalo de tempo de 1 a $3s$ sua velocidade média é de 22 m/s ;
- a trajetória descrita por ela é retilínea;
- a partícula inicia seu movimento com velocidade de 5 m/s .

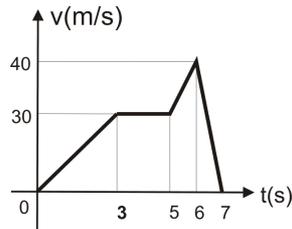
24) O gráfico representa a velocidade de uma partícula em função do tempo. Podemos afirmar que:

- o movimento é retilíneo uniformemente variado;
- o movimento é acelerado somente no trecho CD;
- o movimento é retardado somente no trecho DE;
- no trecho AB temos dois movimentos, um retardado e um acelerado.



25) O gráfico a seguir representa a posição de um móvel dado pelo espaço em função do tempo. A velocidade escalar média no intervalo de 0 a 7s foi igual a:

- a) 20 m/s
b) 2 m/s
c) 23 m/s
d) 6,6 m/s
e) zero.

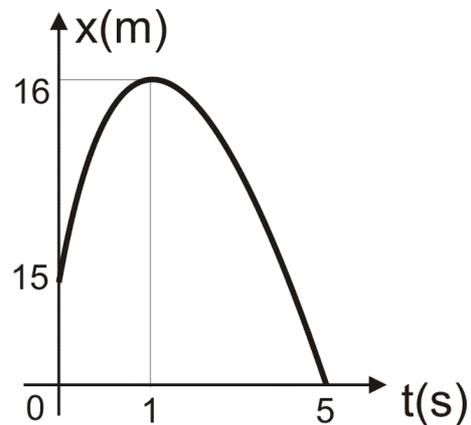


As informações a seguir referem-se às questões de 26 e 27:

Uma partícula descreve o movimento cujo gráfico horário, parabólico é dado abaixo, mostrando que para $t = 1s$, x é máximo. Os valores da abscissa x são medidos a partir de um ponto 0, ponto origem da reta orientada sobre a qual a partícula se movimenta.

26) A equação horária é:

- a) $x = 15 + 2t + t^2$
b) $x = 15 - 2t - t^2$
c) $x = 15 - t + t^2$
d) $x = 15 + 2t - t^2$
e) $x = 15 - 2t + \frac{1}{2}t^2$

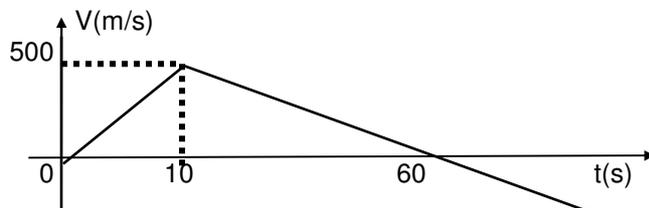


27) A velocidade da partícula obedece a equação:

- a) $v = 2 - t$
b) $v = -2 + t$
c) $v = 2 - 2t$
d) $v = 2 + 2t$
e) $v = 1 - 2t$

As informações a seguir referem-se às questões de 28 a 32:

O diagrama representa a velocidade de um pequeno foguete, com um só estágio, lançado verticalmente.



28) Enquanto o motor está funcionando a aceleração é:

- a) $5,00 \times 10^3 \text{ m/s}^2$ b) $2,5 \times 10 \text{ m/s}^2$ c) $5,0 \text{ m/s}^2$ d) $9,8 \text{ m/s}^2$ e) 50 m/s^2

29) A altura em que o motor deixa de funcionar é:

- a) $5,00 \times 10 \text{ m}$ b) $5,00 \times 10^3 \text{ m}$ c) $2,50 \times 10 \text{ m}$ d) $1,00 \times 10^3 \text{ m}$ e) $2,5 \times 10^3 \text{ m}$

30) O foguete atinge sua altitude máxima no instante:

- a) 10s b) 60s c) 5s d) 115s e) n.r.a.

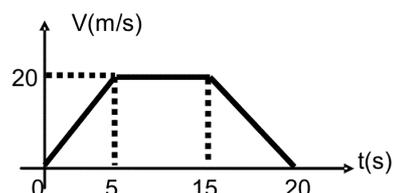
31) A altitude máxima atingida pelo foguete é:

- a) $3,00 \times 10^4 \text{ m}$ b) $2,50 \times 10^3 \text{ m}$ c) $1,50 \times 10^4 \text{ m}$ d) $5,00 \times 10^2 \text{ m}$ e) n.r.a.

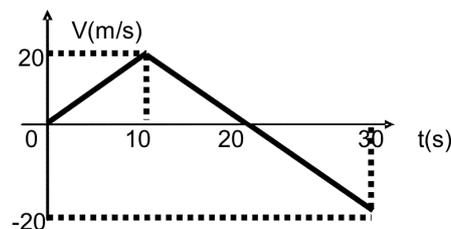
32) O foguete atingirá o solo no instante t que vale aproximadamente:

- a) 100s b) 120s c) 115s d) 60,0s e) n.r.a.

33) A velocidade de um carro em função do tempo, pode ser descrita pelo gráfico ao lado. Quanto andou o carro nos primeiros 5s? Quanto andou durante vinte segundos? Qual a velocidade média do movimento?



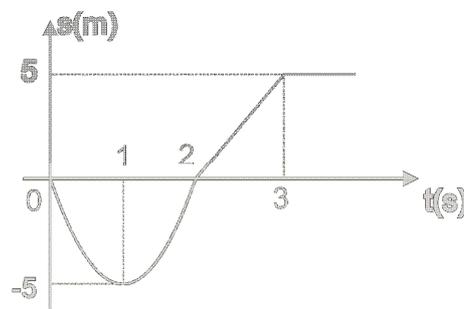
34) O diagrama abaixo representa, em função do tempo, a velocidade de um objeto. Traçar um diagrama da aceleração em função do tempo.



35) Eis o diagrama representativo da variação do espaço S de um móvel em função do tempo t:

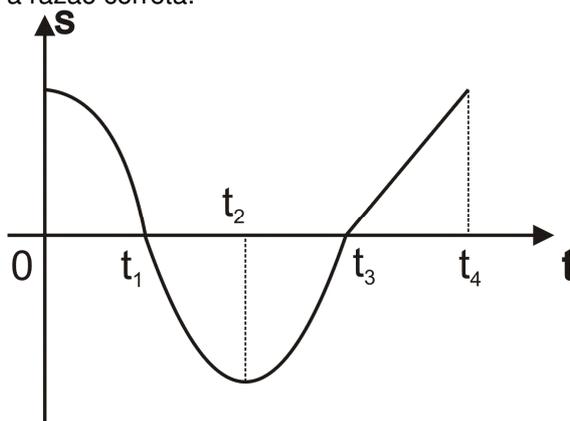
Assinale a alternativa errada:

- A velocidade inicial é negativa.
- Entre 0 e 1s, o movimento é retrógrado e uniformemente retardado.
- A partir de $t = 3s$ o movimento é uniforme.
- A velocidade escalar média entre 0 e 3s é igual a $5/3$ m/s.
- n.r.a.



Dado o gráfico seguinte, que representa a variação do espaço de uma partícula em relação ao tempo, responda às questões de 36 a 45 de acordo com o seguinte código:

- A assertiva e a razão são proposições corretas e a razão é justificativa da assertiva.
- A assertiva e a razão são proposições corretas, porém a razão não é justificativa correta da assertiva.
- A assertiva está correta e a razão incorreta.
- A assertiva está incorreta e a razão correta.



- () De 0 a t_1 o móvel está se aproximando da origem dos espaços PORQUE de 0 a t_1 a velocidade é negativa.
- () De 0 a t_1 o movimento é acelerado PORQUE de 0 a t_1 a aceleração é positiva.
- () De 0 a t_1 o movimento é uniformemente variado PORQUE a velocidade é função do 2º grau em relação ao tempo.
- () De 0 a t_1 o movimento é retrógrado PORQUE de 0 a t_1 a velocidade é negativa.
- () De t_1 a t_2 o movimento é retardado PORQUE de t_1 a t_2 a velocidade diminui em módulo.
- () De t_1 a t_2 o móvel se afasta da origem dos espaços PORQUE no instante $t = 2s$ a aceleração é nula.
- () De t_2 a t_3 o movimento é progressivo PORQUE de t_2 a t_3 a aceleração é positivo.
- () De t_2 a t_3 o movimento é acelerado PORQUE de t_2 a t_3 a velocidade aumenta em módulo.
- () De t_3 a t_4 o móvel está em repouso PORQUE de t_3 a t_4 a aceleração é nula.
- () De t_3 a t_4 o movimento é uniforme PORQUE de t_3 a t_4 o espaço varia linearmente com o tempo.

3.4 - Lançamento Vertical e Queda Livre:

Quando um corpo é lançado nas proximidades da superfície da Terra fica sujeito a uma aceleração constante, orientada sempre para baixo, na direção vertical, denominada de aceleração da gravidade. Tal aceleração será estudada na Gravitação Universal. Ela existe devido ao campo gravitacional terrestre.

A aceleração da gravidade não é a mesma em todos os lugares da Terra. Ela varia com a latitude e com a altitude. Ela aumenta quando se passa do equador ($g = 9,78039 \text{ m/s}^2$) para o pólo ($g = 9,83217 \text{ m/s}^2$) Ela diminui quando se vai da base de uma montanha para o seu cume.

O valor de g num lugar situado ao nível do mar e à latitude de 45° chama-se aceleração normal da gravidade.

$$g_{\text{normal}} = 9,80665 \text{ m/s}^2$$

Se trabalharmos com dois algarismos significativos apenas, podemos considerar o valor de g como o mesmo para todos os lugares da Terra:

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

Para facilitar os cálculos normalmente usa-se $g = 10 \text{ m/s}^2$.

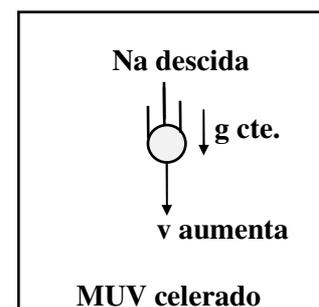
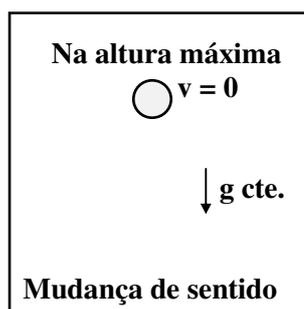
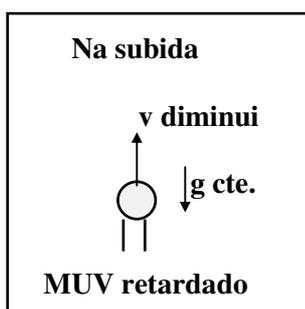
A expressão **queda livre**, utilizada com frequência, refere-se a um movimento de descida, livre dos efeitos do ar; é, portanto, um M.U.V. acelerado sob a ação da aceleração da gravidade, assim como no lançamento vertical. Porém no lançamento vertical, quando o corpo sobe o movimento é retardado e quando desce é acelerado.

Observações: 1) Como a aceleração da gravidade nas proximidades da Terra é constante, nosso movimento será uniformemente variado. (MUV)

2) Em um mesmo lugar da Terra todos os corpos caem livremente com a mesma aceleração, independentemente do seu peso, forma ou tamanho. Isto é, naquele lugar da Terra o valor de g é o mesmo para qualquer corpo em queda livre.

3) Quando lançamos um corpo verticalmente para cima, quando este alcançar a altura máxima, sua velocidade será nula ($V = 0$).

4) Quando o corpo é lançado do solo verticalmente para cima (desprezando a resistência do ar), o tempo que ele gasta para atingir a altura máxima é igual ao tempo que ele leva para retornar ao solo. Neste caso a velocidade com que ele é lançado também será a mesma, em módulo, que ele retorna ao solo.

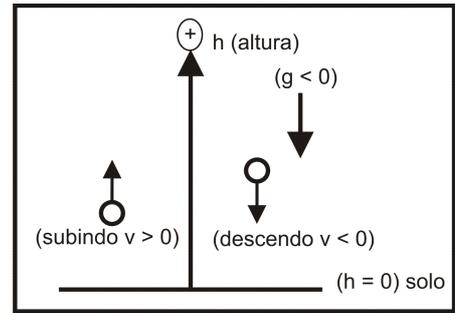


Quando estudamos o MUV, geralmente adotamos o sentido positivo da trajetória para a direita. Agora como o movimento é na vertical é interessante adotarmos um sentido para este movimento. Particularmente prefiro adotar o sentido positivo para cima. Acho que desta maneira os problemas ficam mais fáceis de serem montados. Adotando-se o solo como a origem e o sentido da trajetória para cima, a velocidade do móvel na subida será positiva e na descida negativa. Como a aceleração da gravidade está sempre direcionada para baixo seu valor algébrico será sempre negativo. Veja no quadro abaixo como fica fácil esse raciocínio.

Quando se lança um corpo verticalmente para cima a posição inicial será a altura inicial, sendo assim, se um corpo for lançado verticalmente para cima a partir do solo teremos altura inicial igual a zero e velocidade inicial positiva. Como a aceleração da gravidade é sempre para baixo então usaremos sempre o

sinal negativo para ela ($g < 0$). Agora se o corpo for lançado verticalmente para baixo, teremos velocidade inicial negativa com aceleração da gravidade continuando a ser negativa.

Outro detalhe muito importante é sobre a altura máxima do corpo. Quando um corpo lançado verticalmente para cima atinge a altura máxima, sua velocidade é momentaneamente nula, pois ela passará de positiva na subida para negativa na descida.

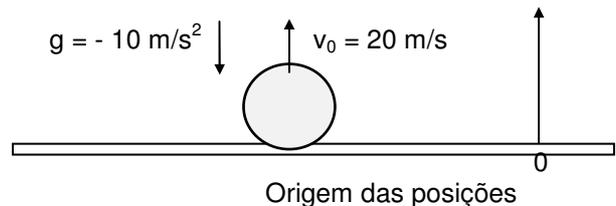


Como já foi dito nos lançamentos verticais o movimento é uniformemente variado uma vez que eles estão sobre o efeito da aceleração da gravidade, sendo assim usamos no estudo destes movimentos as funções do MUV, de preferência com algumas adaptações (opcional).

MUV	LANÇAMENTOS
$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} t^2$	$h = h_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} t^2$ (eq. das alturas)
$v = v_0 + a \cdot t$	$v = v_0 + g \cdot t$ (eq. das velocidades)
$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$	$v^2 = v_0^2 + 2g\Delta s$ (eq. de Torricelli)

EXEMPLO 9: Um corpo é lançado verticalmente para cima, com velocidade inicial de 20 m/s. Desprezando a resistência do ar e admitindo $g = 10 \text{ m/s}^2$, pede-se:

- a função horária das alturas;
- a função horária das velocidades;
- o tempo gasto para o corpo atingir a altura máxima;
- a altura máxima atingida em relação ao solo;
- o tempo gasto pelo corpo para retornar ao solo;
- a velocidade do corpo ao tocar o solo.



Solução: Adotaremos como positiva a trajetória para cima: o movimento em questão é um MUV.

a) $h = h_0 + V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$, como $V_0 = 20 \text{ m/s}$, $S_0 = 0$ e $g = -10 \text{ m/s}^2$ substituindo na eq. teremos:
 $S = 20 t - 5 t^2$

b) $V = V_0 + g t$ Substituindo os valores já conhecidos teremos: $V = 20 - 10 t$

c) Na altura máxima ($V = 0$)

$$V = 20 - 10 t \text{ então: } 0 = 20 - 10 t \Rightarrow 10 t = 20 \Rightarrow t = 20 / 10 \text{ logo } t = 2 \text{ s}$$

d) Substituindo $t = 2 \text{ s}$ em $h = 20 t - 5 t^2$, temos:

$$h = 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 \text{ então } h = 40 - 20 \text{ ou seja: } h = 20 \text{ m}$$

e) No solo ($h = 0$), pois retorna a origem.

$$h = 20 t - 5 t^2, \text{ substituindo } h = 0 \text{ na eq. teremos: } 0 = 20 t - 5 t^2 \Rightarrow 0 = 5 t (4 - t) \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

f) Substituindo $t = 4 \text{ s}$ em $V = 20 - 10 t$, temos:

$$V = 20 - 10 \cdot 4 \Rightarrow V = 20 - 40 \Rightarrow V = -20 \text{ m/s (negativa porque é contrária ao sentido positivo adotado).}$$

Observe no exemplo anterior que: - Tempo de subida = tempo de descida.

- Velocidade de saída = velocidade de chegada (em módulo).

Estas observações são válidas para qualquer corpo lançado verticalmente para cima, mas sempre em relação ao mesmo plano de referência. (neste caso, o solo)

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM:

46) Um corpo é abandonado do alto de uma torre de 125 metros de altura em relação ao solo. Desprezando a resistência do ar e admitindo $g = 10 \text{ m/s}^2$, pede-se:

- a) a função $h = f(t)$;
- b) a função $v = f(t)$;
- c) o tempo gasto para atingir o solo;
- d) a velocidade ao atingir o solo.

47) Um corpo foi lançado, verticalmente, para cima, a partir do solo, com velocidade inicial de 40 m/s, num local onde a aceleração da gravidade é de 10 m/s^2 . Supondo desprezível a resistência do ar, determine:

- a) a altura máxima atingida;
- b) o tempo de ascensão e o tempo total para que ele retorne ao solo;
- c) a velocidade com que volta ao solo;
- d) desenhe o gráfico $h = f(t)$ e $v = f(t)$.

Exercícios de Fixação:

- 48) Assinale com V de verdadeiro ou F de falso:
- () 1. As acelerações dos corpos em queda livre dependem das massas dos corpos.
- () 2. Na queda livre o tempo de queda pode ser determinado se conhecermos a altura de queda e a aceleração da gravidade do local.
- () 3. Na queda livre, a velocidade com que o corpo chega ao plano de referência pode ser determinada se conhecermos a altura de queda relativa a esse plano e a aceleração da gravidade do local.
- () 4. Na queda livre os espaços percorridos na vertical são proporcionais ao tempo de percurso.
- () 5. Na queda livre, quando o corpo atinge a metade do percurso, sua velocidade será igual à metade da velocidade com que atinge o plano de referência.
- () 6. Na queda livre os espaços percorridos na vertical são proporcionais aos quadrados dos tempos de percurso.
- () 7. Um corpo lançado verticalmente para cima realiza movimento uniformemente acelerado.
- () 8. No lançamento vertical ascendente no vácuo o tempo de subida é igual ao tempo de queda.
- () 9. A partir de um plano de referência um corpo é lançado verticalmente para cima com velocidade V . Ao retornar ao plano de referência o corpo apresenta velocidade em módulo igual a V .
- () 10. Você poderá calcular a máxima altura atingida por um corpo lançado verticalmente para cima no vácuo se conhecer a velocidade de lançamento e a aceleração da gravidade do local.
- () 11. No ponto de cota máxima, a velocidade de um corpo lançado verticalmente para cima, no vácuo, vale a metade da velocidade de lançamento.
- () 12. Considere um ponto da trajetória de um corpo lançado verticalmente para cima, no vácuo. No retorno, ao passar pelo ponto considerado, o corpo apresenta velocidade em módulo igual à que apresentou na subida.
- 49) Um pára-quedista, quando a 120 m do solo, deixa cair uma bomba. Esta leva 4s para atingir o solo. Qual a velocidade de descida do pára-quedista? ($g = 10 \text{ m/s}^2$).
- a) 1 m/s b) 2 m/s c) 5 m/s d) 8 m/s e) 10 m/s
- 50) Dois objetos A e B, de massas $m_1 = 1 \text{ Kg}$ e $m_2 = 2 \text{ Kg}$ são simultaneamente lançados verticalmente, para cima, com a mesma

- velocidade inicial, a partir do solo. Desprezando-se a resistência do ar, podemos afirmar que:
- a) A atinge uma altura menor do que B e volta ao solo ao mesmo tempo que B.
- b) A atinge uma altura menor do que B e volta ao solo antes de B.
- c) A atinge uma altura igual à de B e volta ao solo antes de B.
- d) A atinge uma altura igual à de B e volta ao solo ao mesmo tempo que B.
- e) A atinge uma altura maior do que B e volta ao solo depois de B.

- 51) Uma bola é lançada para cima com velocidade de 20 m/s ($g = 10 \text{ m/s}^2$). Indique a afirmativa errada (despreze a resistência do ar):
- a) a bola atinge uma altura de 20 m.
- b) no ponto mais alto a velocidade da bola é nulo.
- c) no ponto mais alto a aceleração da bola é nula.
- d) a bola retorna ao ponto de partida com velocidade de 20 m/s .
- e) a bola volta ao ponto de partida depois de 4s.

- 52) Querendo determinar a altura de um edifício, um estudante deixou cair uma pedra do terraço e ela levou 3s para chegar ao chão.
- a) Qual a altura que ele obteve para o edifício?
- b) Qual a velocidade da pedra ao chegar ao chão?

- 53) Uma pedra é lançada verticalmente para cima do topo de um edifício suficientemente alto, com velocidade de $29,4 \text{ m/s}$. Decorridos 4s deixa-se cair outra pedra. Contada a partir do instante de lançamento da segunda, a primeira passará pela segunda no instante: (dado $g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
- a) $\frac{1}{2} \text{ s}$ b) 2,0 s c) 3,0 s d) 4,0 s e) n.r.a.

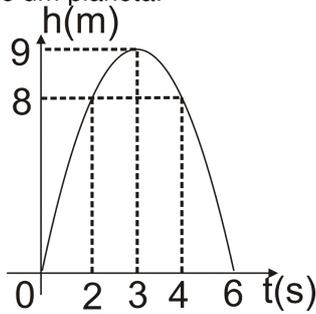
- 54) Um observador vê um corpo cair, passando por sua janela, com velocidade de 10 m/s . 75 metros abaixo, outro observador vê o mesmo objeto passar por ele em queda livre. Admite-se para a aceleração da gravidade do local $g = 10 \text{ m/s}^2$. Qual a velocidade do móvel ao passar pelo segundo observador?
- a) 10 m/s b) 12 m/s c) 15 m/s d) 40 m/s e) n.r.a.

- 55) Na questão anterior o tempo que o corpo leva para ir de um a outro observador é:
- a) 0,5 s b) 3 s c) 10 s d) 20 s e) n.r.a.

- 56) Continuando as questões anteriores, sabemos que o corpo leva ainda 1 segundo para chegar ao solo depois de passar pelo segundo observador. Pode-se afirmar que:
- a) O segundo observador está a 10 m acima do solo.

- b) O primeiro observador está a 95 m acima do solo.
 c) Não se pode determinar as alturas dos observadores sobre o solo.
 d) O primeiro observador está a 120 m de altura.
 e) n.r.a.

57) A figura representa o gráfico altura x tempo do movimento de um corpo lançado verticalmente para cima, com velocidade inicial V_0 , na superfície de um planeta.



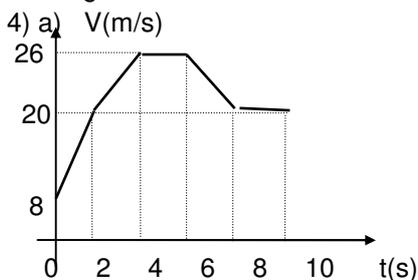
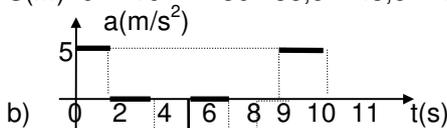
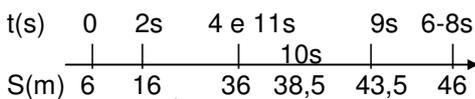
- a) Qual a aceleração da gravidade na superfície do planeta?
 b) Qual o valor da velocidade inicial V_0 ?

58) Um balão está subindo à razão de 12 m/s e se encontra a uma altura de 80 metros acima do solo quando dele deixa-se cair um embrulho. Quanto tempo leva o embrulho para atingir o solo? Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$

Gabarito:

UNIDADE III: M.U.V.

- 1) a) $v = 3t$ b) 37,5m c) 7,5 m/s
 2) a) $v = 6 + \frac{1}{2}t$ b) $v = 2t$
 c) $v = 10 - 2t$
 3) a)

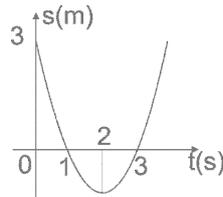


- b)

t(s)	0	2	4	6	8	10
S(m)	0	28	74	126	172	212

 5) a) $S_0 = 12 \text{ m}$
 b) $V_0 = -8 \text{ m/s}$
 c) $a = 8 \text{ m/s}^2$
 d) 332 m
 e) Ele não passa em $S = 0$.
 f) $V = -8 + 8 \cdot t$
 g) $t = 1 \text{ s}$
 h) MUV progressivo acelerado.

- 6) -8 m/s^2
 7)



- 8) 0 a t_1 - M.U. progressivo
 t_1 a t_2 - repouso t_2 a t_3 - MUV retrógrado retardado
 t_3 a t_4 - MUV progressivo acelerado
 t_4 a t_5 - MUV progressivo retardado t_5 a t_6 - MUV retrógrado acelerado
 t_6 a t_7 - repouso t_7 a t_8 - M.U. retrógrado.

- 9) 1.F 2.V 3.F 4.V 5.F 6.V
 9) cont. 7.V 8.F

- 10) a
 11) d
 12) $S = 30 + 15t + 5t^2$
 $S = 120 \text{ m}$

- 13) a) $S = 2t - 4t^2$
 b) 0,25s
 c) 1,5s

- 14) 20m
 15) a) $a = 178571,42 \text{ m/s}^2$ b) $t = 0,0028 \text{ s}$
 16) a) $a = 5 \text{ m/s}^2$
 b) $t = 2 \text{ s}$

- 17) a) 6m b) -18 m/s c) 4 m/s^2
 d) 1s e 8s

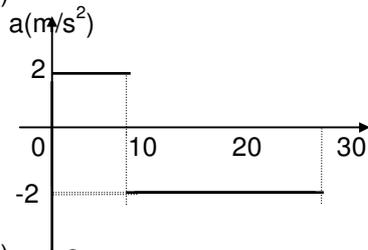
- 18) a) mov. progressivo e retardado. b) mov. retrógrado e acelerado.

- 19) a) Progressivo retardado.
 b) Retrógrado acelerado.

- 20) 54 m
 21) 12 cm/s
 22) 12,5 m
 23) c
 24) d
 25) e
 26) d
 27) c
 28) e
 29) e
 30) b
 31) c
 32) c

33) 50m , 300m , 15 m/s

34)



35) c

36) b 37) c 38) c 39) a 40) a

41) c 42) b 43) a 44) d 45) a

46) a) $S = 5 t^2$ ou $125 - 5t^2$

b) $V = 10t$ ou $V = - 10 t$

c) $t = 5s$

d) $V = 50 m/s$

47) a) 80m b) 4s e 8s c) $v = - 40 m/s$

48) 1.F 2.V 3.V 4.F 5.F 6.V 7.F 8.V 9.V

10.V 11.F 12.V

49) e

50) d

51) c

52) 45m e 30 m/s

53) d

54) d

55) b

56) d

57) a) $2 m/s^2$ b) 6 m/s

58) 5,4s



Aula de Física

Aula particular de Física pela internet, individual ou em grupo.

☎ (21) 98469-9906 - [Whatsapp](#)

Programas Skype ou [Team Viwer](#)

Veja como funciona em

www.fisicafacil.net