

Estudo Analítico

As imagens produzidas na aula anterior, podem ter suas posições e tamanhos calculados analiticamente. Basta que para isso se conheça o tipo de espelho (**côncavo ou convexo**) e suas características como distância focal ou centro de curvatura, e também, a posição do objeto em relação ao espelho.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

onde:

- f = distância focal (distância entre o foco e o vértice).
- p = distância entre o objeto e o vértice do espelho.
- p' = distância entre a imagem e o espelho.

Temos também como estudar o tamanho da imagem:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

$\left\{ \begin{array}{l} A = \text{aumento linear} \\ i = \text{tamanho da imagem.} \\ o = \text{tamanho do objeto.} \end{array} \right.$

obs. A distância entre o objeto e o espelho ou entre a imagem e o espelho será positivo se estiver na frente do espelho e negativa atrás do espelho. Sendo assim, o foco do espelho convexo será negativo.

dez 26-18:30

Estudando os sinais

As regras servirão tanto para o espelho côncavo como para o convexo.



- $p > 0$ - O objeto estará na frente do espelho (objeto real).
- $p' > 0$ - A imagem estará na frente do espelho (imagem real).
- $p' < 0$ - A imagem estará atrás do espelho (imagem virtual).
- $f > 0$ - Espelho côncavo.
- $f < 0$ - Espelho convexo.
- $i > 0$ - imagem acima do eixo principal.
- $i < 0$ - imagem abaixo do eixo principal.
- $o > 0$ - objeto acima do eixo principal.
- $o < 0$ - objeto abaixo do eixo principal.
- $A > 0$ - imagem direita. (imagem virtual)
- $A < 0$ - imagem invertida. (imagem real)

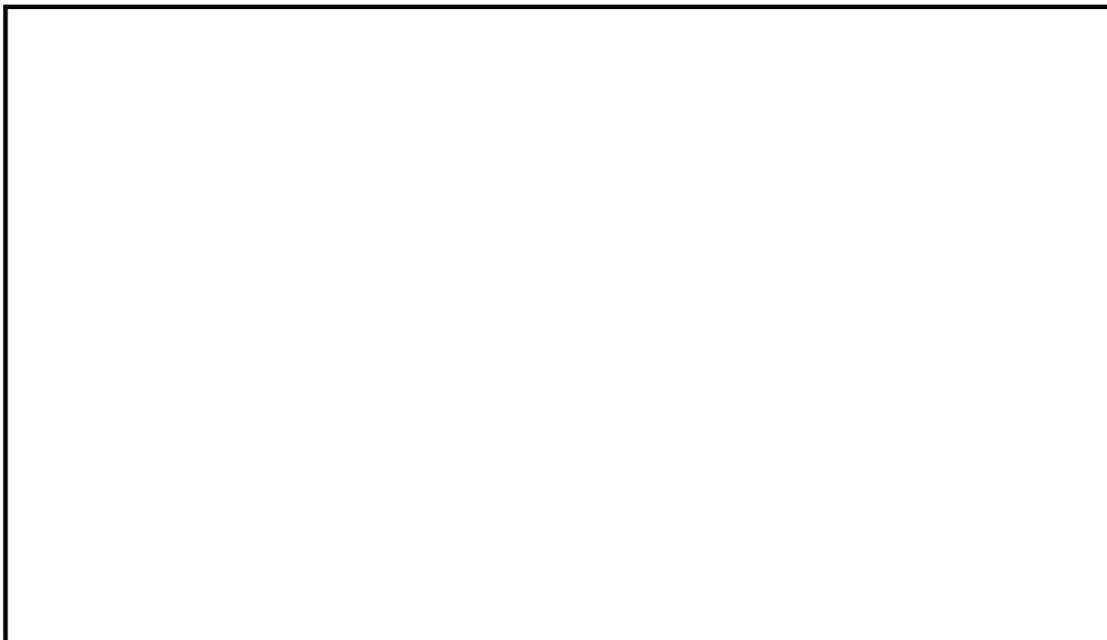
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

mai 13-10:03

Exercícios de aprendizagem:

1) (Uerj) Um lápis com altura de 20 cm é colocado na posição vertical a 50 cm do vértice de um espelho côncavo. A imagem conjugada pelo espelho é real e mede 5 cm. Calcule a distância, em centímetros, da imagem ao espelho.



dez 28-10:52

Exercícios de aprendizagem:

1) (Uerj) Um lápis com altura de 20 cm é colocado na posição vertical a 50 cm do vértice de um espelho côncavo. A imagem conjugada pelo espelho é real e mede 5 cm. Calcule a distância, em centímetros, da imagem ao espelho.

Solução:

$o = 20 \text{ cm}$

$p = 50 \text{ cm}$

$i = -5 \text{ cm}$

$p' = ?$

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{-5\text{cm}}{20\text{cm}} = -\frac{p'}{50\text{cm}}$$

$$p' = \frac{5 \times 5}{2}$$

$$p' = \frac{25}{2}$$

$$p' = 12,5 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

dez 28-10:52

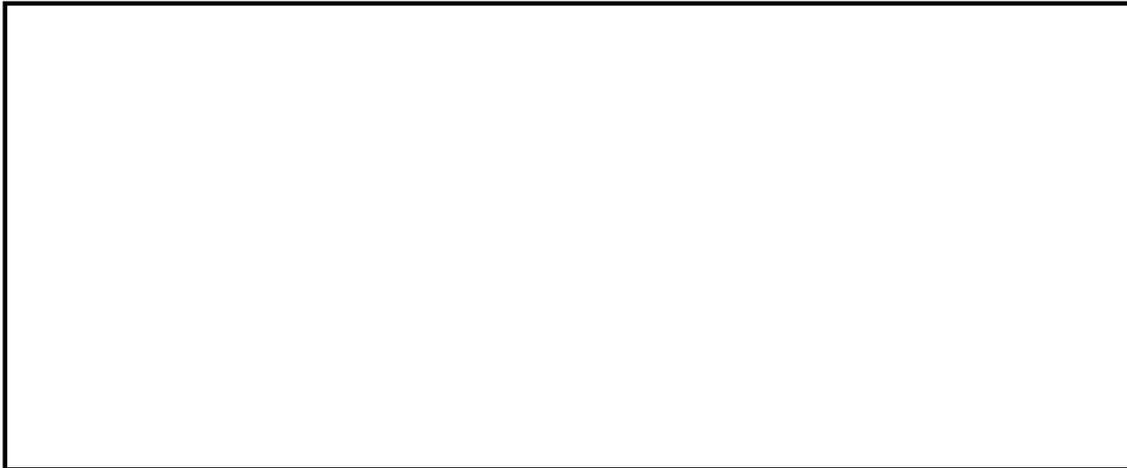
Exercícios de aprendizagem:

2) (Uerj) Um lápis é colocado perpendicularmente à reta que contém o foco e o vértice de um espelho esférico côncavo.

Considere os seguintes dados:

- comprimento do lápis = 10 cm;
- distância entre o foco e o vértice = 40 cm;
- distância entre o lápis e o vértice = 120 cm.

Calcule o tamanho da imagem do lápis.



dez 28-10:52

Exercícios de aprendizagem:

2) (Uerj) Um lápis é colocado perpendicularmente à reta que contém o foco e o vértice de um espelho esférico côncavo.

Considere os seguintes dados:

- comprimento do lápis = 10 cm;
- distância entre o foco e o vértice = 40 cm;
- distância entre o lápis e o vértice = 120 cm.

Calcule o tamanho da imagem do lápis.

Solução:

o = 10 cm $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

f = 40 cm $\frac{1}{40} = \frac{1}{120} + \frac{1}{p'}$

p = 120 cm

i = ?

$\frac{1}{p'} = \frac{1}{40} - \frac{1}{120}$

$\frac{1}{p'} = \frac{3 - 1}{120}$

$\frac{1}{p'} = \frac{2}{120} \rightarrow p' = 60 \text{ cm}$

$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$

$\frac{i}{10} = -\frac{60}{120}$

$i = -\frac{10}{2}$

i = - 5 cm

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

5 cm é o tamanho da imagem do lápis. O sinal menos mostra que a imagem é real e invertida.

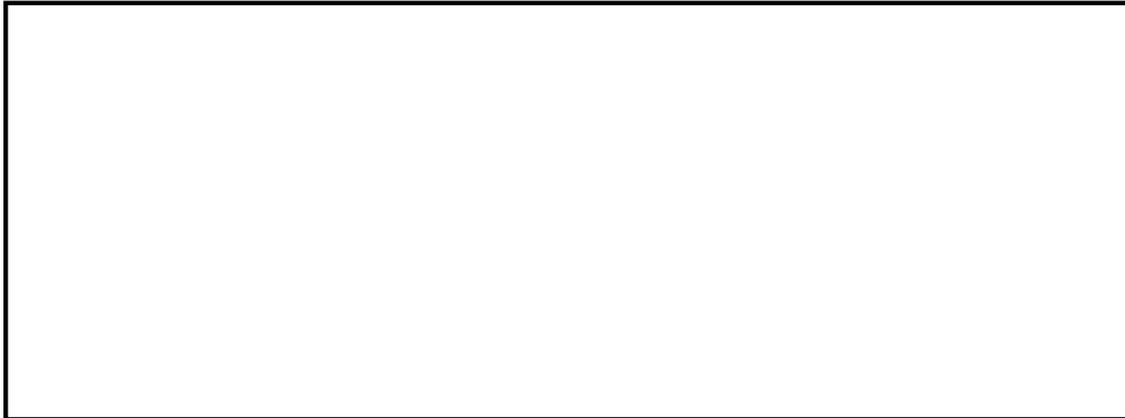
dez 28-10:52

Exercícios de aprendizagem:

3) (Ufu) Uma pessoa projeta em uma tela a imagem de uma lâmpada, porém, em um tamanho quatro vezes maior do que seu tamanho original. Para isso, ela dispõe de um espelho esférico e coloca a lâmpada a 60 cm de seu vértice. A partir da situação descrita, responda:

a) Que tipo de espelho foi usado e permitiu esse resultado? Justifique matematicamente sua resposta.

b) Se um outro objeto for colocado a 10 cm do vértice desse mesmo espelho, a que distância dele a imagem será formada?



dez 28-10:52

Exercícios de aprendizagem:

3) (Ufu) Uma pessoa projeta em uma tela a imagem de uma lâmpada, porém, em um tamanho quatro vezes maior do que seu tamanho original. Para isso, ela dispõe de um espelho esférico e coloca a lâmpada a 60 cm de seu vértice. A partir da situação descrita, responda:

a) Que tipo de espelho foi usado e permitiu esse resultado? Justifique matematicamente sua resposta.

b) Se um outro objeto for colocado a 10 cm do vértice desse mesmo espelho, a que distância dele a imagem será formada?

Solução:

$A = -4$ (imagem projetada é real portanto invertida)
 $p = 60$ cm

a) $f = ?$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$-4 = -\frac{p'}{60}$$

$$\underline{p' = 240 \text{ cm}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{60} + \frac{1}{240}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{4 + 1}{240}$$

$$\underline{f = 48 \text{ cm}}$$

$f > 0$ - espelho côncavo

b) $p = 10$ cm
 $p' = ?$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{48} = \frac{1}{10} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{48} - \frac{1}{10}$$

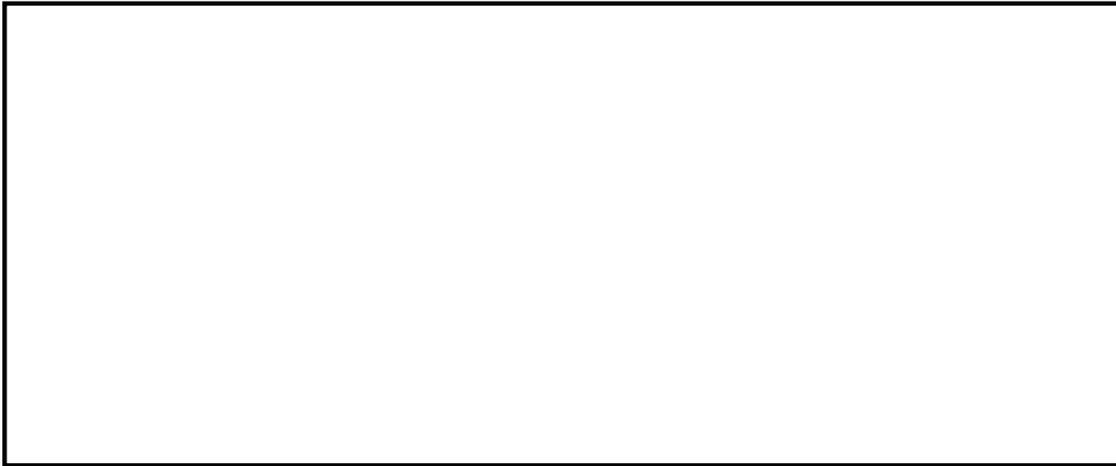
$$\underline{p' = -12,6 \text{ cm}}$$

dez 28-10:52

Exercícios de aprendizagem:

4) (UFJF) - Um espelho esférico côncavo de raio de curvatura igual a 40cm fornece, de um objeto colocado a 100cm à sua frente, uma imagem:

- a) real, menor, invertida e a 10cm do foco.
- b) virtual, maior, direita a 16,67cm do espelho.
- c) virtual, maior, direita e a 25cm do espelho.
- d) real, menor, invertida e a 16,67cm do espelho.
- e) real, menor, invertida e a 5 cm do foco.



dez 28-10:52

Exercícios de aprendizagem:

4) (UFJF) - Um espelho esférico côncavo de raio de curvatura igual a 40cm fornece, de um objeto colocado a 100cm à sua frente, uma imagem:

- a) real, menor, invertida e a 10cm do foco.
- b) virtual, maior, direita a 16,67cm do espelho.
- c) virtual, maior, direita e a 25cm do espelho.
- d) real, menor, invertida e a 16,67cm do espelho.
- e) real, menor, invertida e a 5 cm do foco.

Solução:

$f = 20 \text{ cm}$

$p = 100 \text{ cm}$

$p' = ?$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{100} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{5 - 1}{100}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$$

$d = p' - f$

$d = 25 - 20$

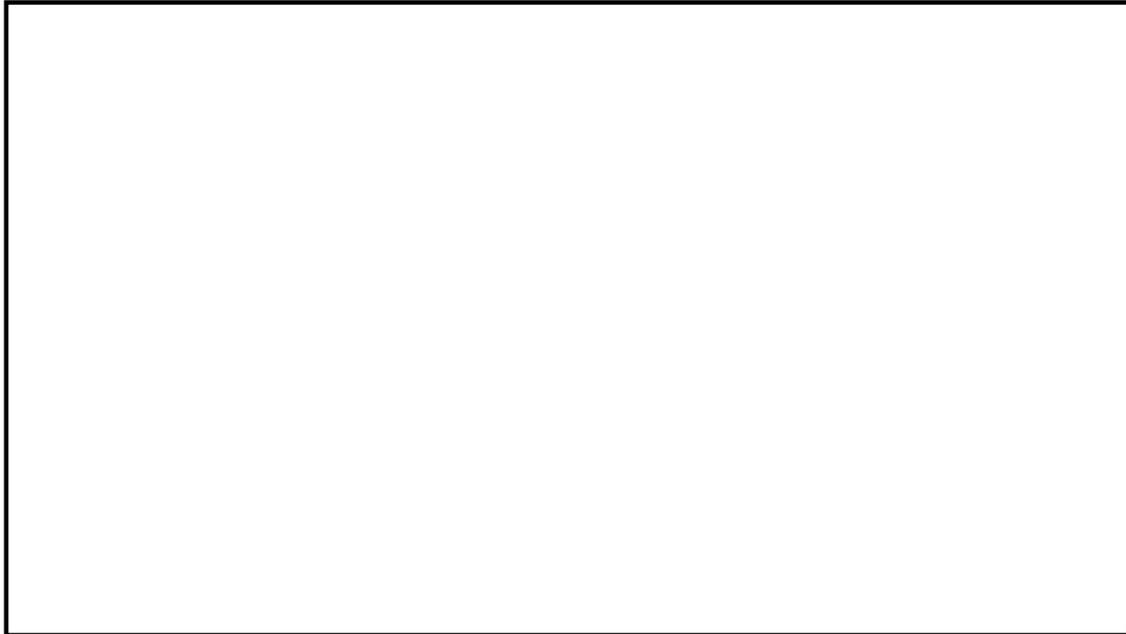
$d = 5 \text{ cm}$

$p' = 25 \text{ cm}$

dez 28-10:52

Exercícios de aprendizagem:

5) A distância entre um objeto e a imagem que lhe conjuga um espelho côncavo é de 80 cm. A imagem é invertida e cinco vezes maior que o objeto. Calcule o raio de curvatura do espelho.



dez 28-10:52

Exercícios de aprendizagem:

5) A distância entre um objeto e a imagem que lhe conjuga um espelho côncavo é de 80 cm. A imagem é invertida e cinco vezes maior que o objeto. Calcule o raio de curvatura do espelho.

Solução:

$$p' - p = 80 \text{ cm}$$

$$A = -5$$

$$R = ?$$

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$-5 = -\frac{p'}{p}$$

$$\underline{p' = 5p}$$

$$p' - p = 80 \text{ cm}$$

$$5p - p = 80 \text{ cm}$$

$$4p = 80 \text{ cm}$$

$$\underline{p = 20 \text{ cm}}$$

$$\underline{p' = 100 \text{ cm}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{5 + 1}{100}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{6}{100}$$

$$f = \frac{100}{6} = \frac{50}{3}$$

como $R = 2 \cdot f$

$$R = 2 \cdot \frac{50}{3}$$

$$\boxed{R = \frac{100}{3} \text{ cm}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

dez 28-10:52

Exercícios de aprendizagem:

6) Do lado externo da porta de um elevador existe, fixo, um espelho convexo que permite ao ascensorista acompanhar a movimentação de um passageiro de 1,6 m de altura que se encontra a 3,0 m do vértice do espelho. O raio de curvatura do espelho é igual a 4,0 m. Com base nesses dados, calcule:

- a) a distância entre o passageiro e a sua imagem fornecida por esse espelho;
- b) a altura da imagem do referido passageiro.



dez 28-10:52

Exercícios de aprendizagem:

6) Do lado externo da porta de um elevador existe, fixo, um espelho convexo que permite ao ascensorista acompanhar a movimentação de um passageiro de 1,6 m de altura que se encontra a 3,0 m do vértice do espelho. O raio de curvatura do espelho é igual a 4,0 m. Com base nesses dados, calcule:

- a) a distância entre o passageiro e a sua imagem fornecida por esse espelho;
- b) a altura da imagem do referido passageiro.

Solução:

o = 1,6 m
 p = 3,0 m
 f = - 2,0 m

a) $P + |p'| = ?$
 b) $i = ?$

a) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$
 $\frac{1}{-2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{p'}$
 $\frac{1}{p'} = -\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{p'} = \frac{-2-3}{6}$
 $\frac{1}{p'} = -\frac{5}{6}$
 $p' = -\frac{6}{5}$
 $p' = -1,2 \text{ m}$

$d = p + |p'|$
 $d = 3,0 + 1,2$
 $d = 4,2 \text{ m}$

b) $i = ?$
 $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$
 $\frac{i}{1,6} = -\frac{(-1,2)}{3,0}$
 $i = 0,4 \times 1,6$
 $i = 0,64 \text{ m}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

dez 28-10:52

Equação dos pontos conjugados (equação de Gauss)

$\Delta_1 \approx \Delta_2$ $\Delta_3 \approx \Delta_4$
 $\frac{i}{o} = \frac{2f - p'}{p - 2f}$ $\frac{i}{o} = \frac{p' - f}{f}$

$\textcircled{1} = \textcircled{2}$
 $\frac{2f - p'}{p - 2f} = \frac{p' - f}{f}$
 $\frac{2f^2 - fp'}{f(p - 2f)} = \frac{(p' - f)(p - 2f)}{f(p - 2f)}$

$\cancel{2f^2} - fp' = p'p - pf - 2p'f + \cancel{2f^2}$
 $-fp' + 2fp' + pf = p'p$
 $fp' + pf = p'p \quad : (fp'p)$
 $\frac{fp'}{fp'p} + \frac{pf}{fp'p} = \frac{p'p}{fp'p}$
 $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

mai 14-11:35

Equação do aumento linear transversal (A)

$\Delta_3 \approx \Delta_4$
 $\frac{i}{o} = \frac{p' - f}{f}$

$\frac{i}{o} = \frac{p'}{f} - 1$
 $\frac{i}{o} = \frac{1}{f} (p') - 1$
 $\frac{i}{o} = \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \right) \cdot (p') - 1$

$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p} + 1 - 1$
 $\frac{i}{o} = \frac{p'}{p} \rightarrow -\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$

$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$

mai 14-11:35