Ondulatória

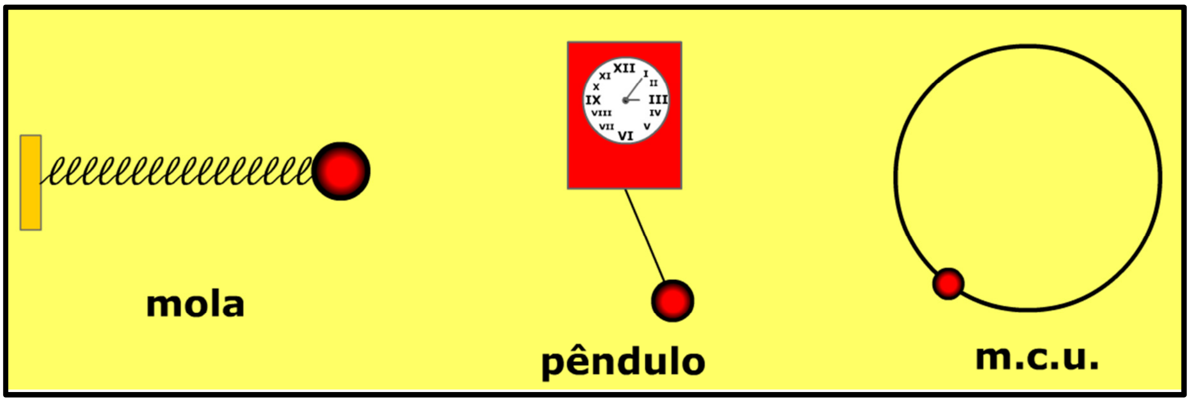
Assunto: Movimento Harmônico Simples

Aula 01 – Introdução e revisão de MCU e molas

Para acompanhar esta aula em vídeo, vá na aba Aulas e clique em Ondulatória – aula 01

Movimento Periódico

O movimento que se repete em intervalos de tempo sucessivos e iguais é denominado movimento periódico. Veja na figura 1 exemplos de movimento periódico que iremos trabalhar a partir de agora.



Nesta aula iremos fazer uma pequena revisão do que foi ensinado no 1º ensino médio sobre MCU (Movimento Circular e Uniforme – aulas 07 e 08 da Cinemática Vetorial), Lei de Hooke (aula 03 da Dinâmica) e Conservação da Energia (aula 03 de Trabalho e Energia). O conhecimento destes tópicos é importantíssimo para o bom entendimento do Movimento Harmônico Simples. Portanto se você domina este conteúdo você poderá pular esta aula e passar direto para a Aula 02.

Período e Frequência

Período "T" é o menor intervalo de tempo de repetição do movimento. O número de vezes que o movimento se repete no intervalo de tempo é denominado frequência "*f*". Se ocorrem "n" repetições num intervalo de tempo "Δt", a frequência será dada por:

$$\boxed{f = \frac{n}{\Delta t}}$$

Para n = 1 (uma repetição), temos Δt = T , e, portanto:

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

O período é um intervalo de tempo, sendo, portanto, medido em segundo(s), minuto (min) e hora(h). A frequência é medida em ciclos por segundo (hertz - Hz), em rotações por minuto (rpm), etc.

No SI. a frequência é dada em Hz e muitas vezes ela vem dada no problema em rpm. Se houver necessidade de transformar rpm para Hz, basta dividir o valor dado, em rpm, por 60. Isso é facilmente mostrado por uma regra de três simples. Veja no exemplo abaixo:

Um ventilador de teto gira com uma freqüência de 120 rpm. Determine o valor desta freqüência em Hz e calcule o período (tempo de 1 volta da hélice) do movimento.

Solução:

Tempo		Voltas
60s	—	120
1s	—	*f*

$$f = \frac{120}{60}$$

$$\boxed{f = 2\ \text{Hz}}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

$$\boxed{T = 0{,}5\ \text{s}}$$

Movimento Harmônico Simples

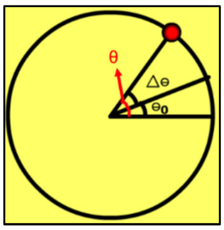
Todo movimento periódico cujo sentido é regularmente invertido, caso da mola e do pêndulo já mostrado, recebe o nome de **Movimento Harmônico Simples**.

Veremos mais adiante que esses movimentos podem ser expressos em funções de seno e cosseno, as quais são chamadas de funções harmônicas. Por isso o nome de movimento harmônico.

Movimento Circular e Uniforme (MCU)

As funções horárias do MHS surgem a partir do MCU (movimento circular e uniforme) portanto este módulo é importantíssimo para o entendimento do MHS. O nosso objetivo aqui não é o de ensinar o MCU e sim fazer uma breve revisão do assunto. Parte-se do princípio que o aluno já conhece o assunto pois ele é dado na 1ª série do Ensino Médio. Tão importante quanto este assunto é o próximo tópico que fala da força elástica e da energia elástica.

Dentre os inúmeros movimentos periódicos podemos destacar o movimento circular uniforme (MCU). Como já vimos anteriormente o período T corresponde ao intervalo de tempo de uma volta completa e a frequência *f* é o número de voltas na unidade de tempo. Seja a variação do espaço angular $\Delta\theta$, num intervalo de tempo Δt, a velocidade angular w é dada por:



$$\boxed{w = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}}$$

Se o corpo der uma volta completa na circunferência ele gastará um tempo que é o período "T" do movimento e o ângulo percorrido por ele será 2π rad. Portanto a velocidade angular poderá ser dada por:

$$\boxed{w = \frac{2\pi}{T}}$$

Como T = 1/*f* , podemos escrever que:

$$\boxed{w = 2\pi f}$$

Temos ainda de acordo com a definição de radiano e suas respectivas adaptações, que tudo que você tem angularmente em radiano multiplicado pelo raio dará o equivalente escalar. Sendo assim, a velocidade angular vezes o raio dará a velocidade escalar.

$$\boxed{v = w \cdot R}$$

Importante também para o nosso estudo é a aceleração centrípeta. Esta é a aceleração responsável pela mudança na direção do vetor velocidade e seu valor é dado por:

$$\boxed{a_{cp} = \frac{v^2}{R}} \quad \text{ou} \quad \boxed{a_{cp} = w^2 \cdot R}$$

Analogamente, a função horária escalar do M.U. $s = s_0 + v \cdot t$ temos a função horária angular do MCU que:

$$\boxed{\theta = \theta_0 + w.t}$$

Exercícios de aprendizagem:

1) Um móvel executa movimento circular uniforme de raio 40 cm, com frequência 15 rpm.

Determine:

a) o período em segundos;
b) a velocidade angular em rad/s;
c) a velocidade linear em m/s;
d) o módulo da aceleração centrípeta;
e) a função horária angular partindo do princípio que a fase inicial (ou ângulo inicial) é (π/2) rad.

2) Dado a função horária angular do MCU como sendo θ = π/3 + 2π.t (θ -> rad ; t -> s), determine:

a) a fase inicial e a velocidade angular (chamaremos a velocidade angular de pulsação no MHS);

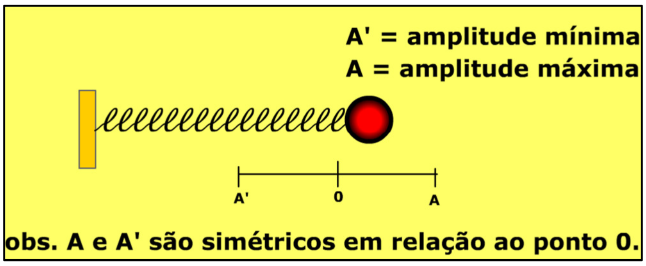
b) o período e a frequência do movimento;

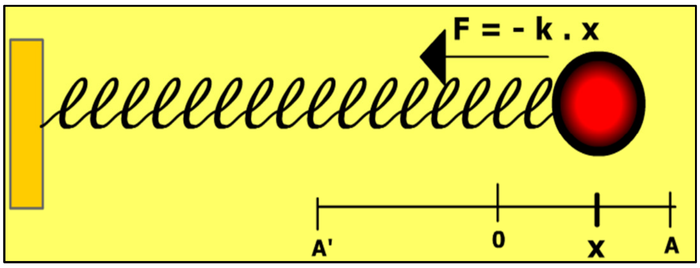
c) a velocidade escalar de um ponto na periferia da circunferência cujo raio é de 2 m;

d) a aceleração centrípeta desse ponto nas condições do problema.

Força Elástica

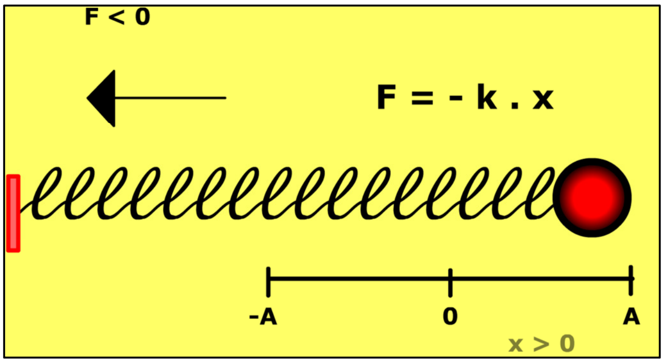
Considere uma partícula de massa "m", realizando um movimento oscilatório e retilíneo em torno de um ponto de equilíbrio "O" veja figura. Sejam A e A' os pontos de inversão do movimento (no MHS, chamamos **A** de amplitude do movimento) e "x" a posição da partícula (elongação) em um instante "t" qualquer. A força que age sobre a partícula, tem um valor algébrico diretamente proporcional à abscissa "x" e de sinal contrário:

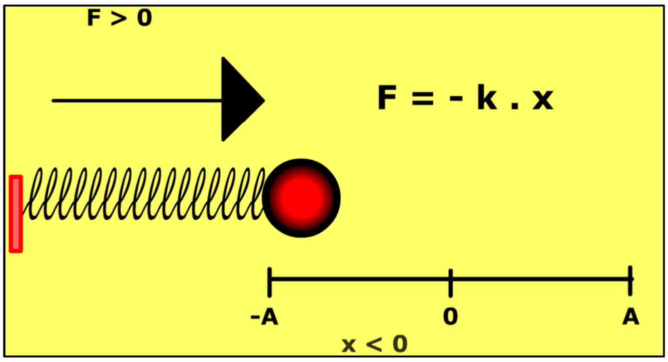




$$\boxed{F = -k \cdot x}$$ **(Lei de Hooke)**

Obs. O sinal menos na formula mostra que a força é restauradora, isto é, para x > 0 a força é negative (para esquerda) e para x < 0 a força é positive (para direita)



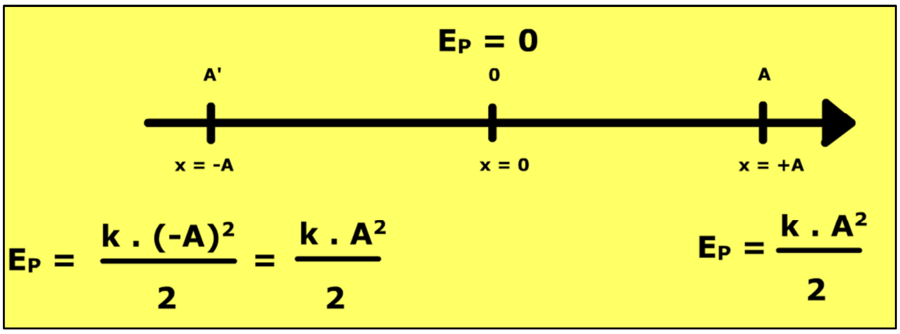


Energia no MHS

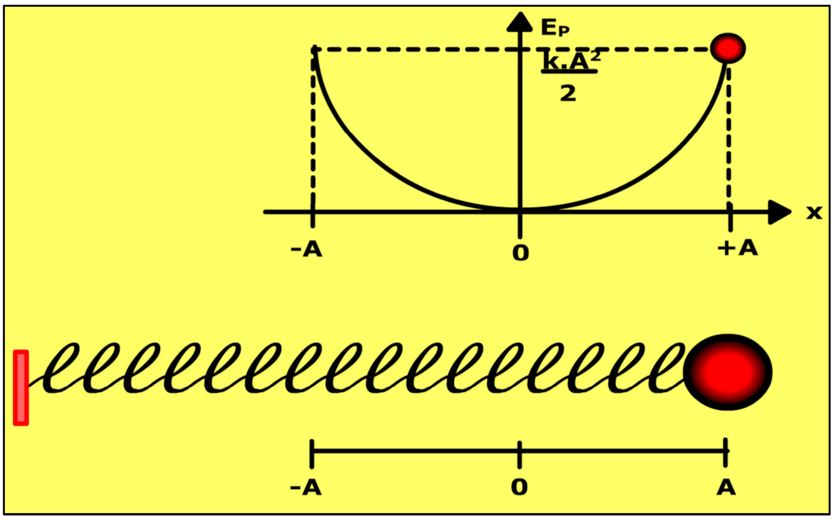
A energia potencial elástica de uma mola é dada por:

$$E_P = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

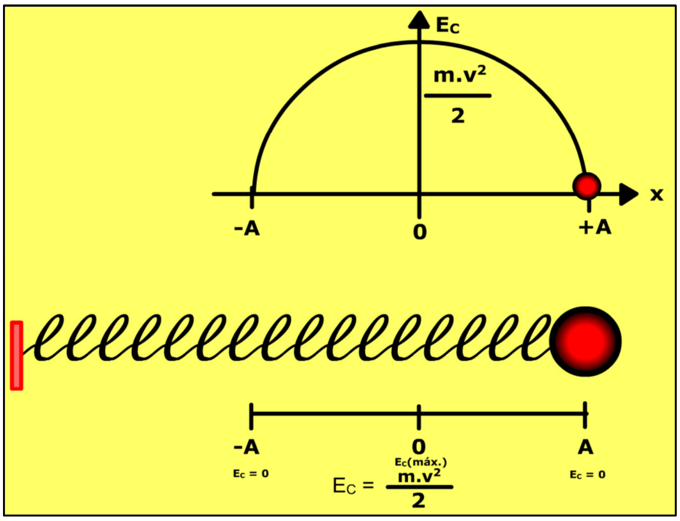
Nas posições de inversão do movimento (x = A e x = -A) a energia potencial é máxima, pois x^2 é máximo. Já na posição de equilíbrio, a energia potencial é nula.



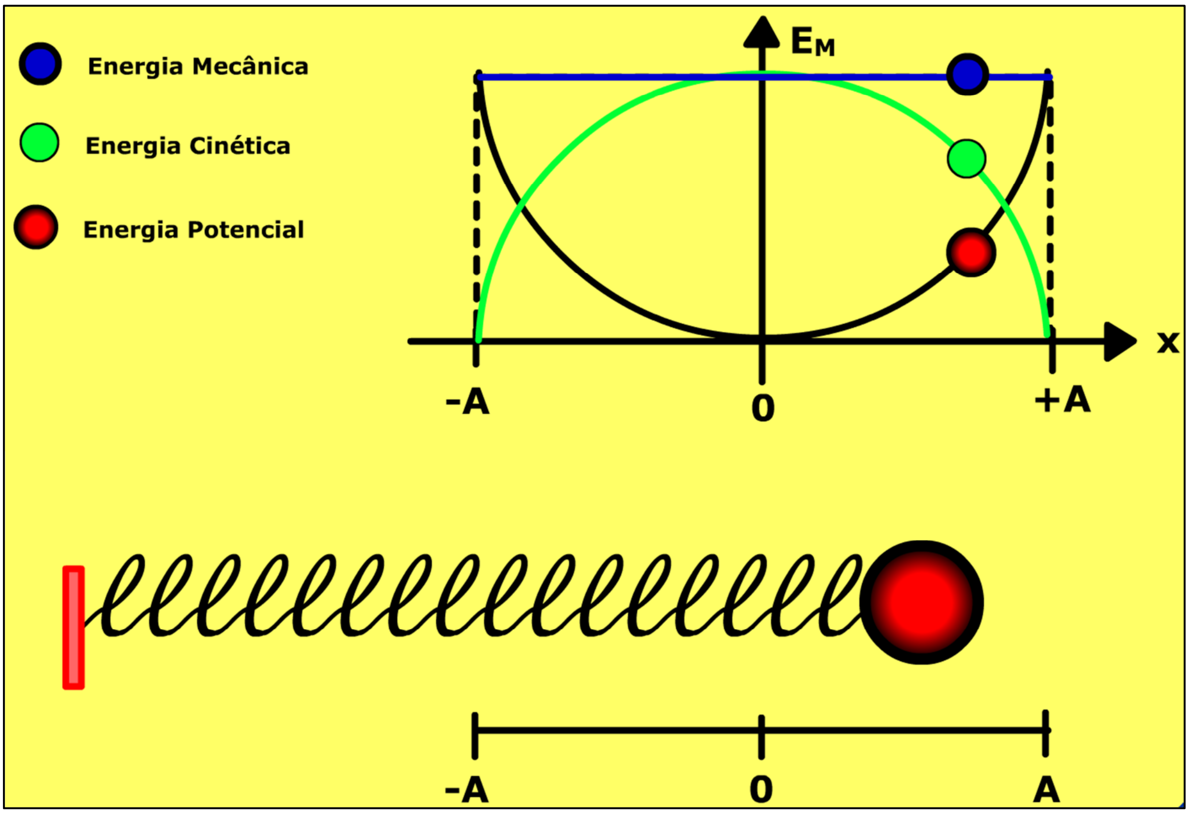
Como a equação da energia potencial elástica é do 2º grau, o gráfico da EP em função de x é um arco de parábola com a convavidade voltada para cima, conforme mostra a figura abaixo:



Quanto à energia cinética, ela é nula nas posições de inversão do movimento (x = - A e x = + A) e é máxima na posição de equilíbrio. O gráfico da energia cinética é uma parábola com a concavidade voltada para baixo.



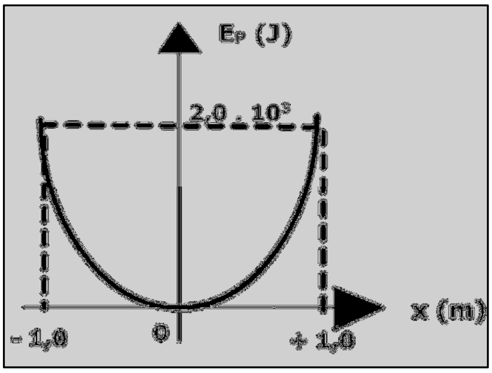
Sendo a força elástica conservativa, concluímos que a energia mecânica (soma da cinética com a potencial) permanece constante durante o movimento. Veja na figura abaixo um estudo completo da energia com o movimento.



Exercícios de aprendizagem:

3) Uma partícula realiza um movimento harmônico simples. A massa da partícula é 75 g e a constante elástica da força, 10 N/m. Quando a elongação da partícula é de 0,10 m, sua velocidade esclar é 2,0 m/s.
Determine:
a) a energia mecânica da partícular;
b) a amplitude do movimento.

4) Uma partícula oscila, ligada a uma mola leve, executando um movimento harmônico simples de amplitude 1,0 m. A energia potencial elástica varia em função da elongação "x", conforme o gráfico ao lado.



Determine:

a) a energia mecânica do sistema;
b) a constante elástica da mola;
c) as energias potencial e cinética, quando x = 0,25 m.

<u>Exercícios de Fixação</u>:

1) Uma pedra gira executando MCU. Se o raio da circunferência descrita é 10 m e a pedra efetua uma volta a cada 5s, determine: a) o período b) a frequência c) Sua velocidade angular d) O deslocamento angular durante 20 s e) A aceleração centrípeta

2) (UFJF) No painel de seu carro, o motorista observa aparecer num mostrador digital um valor numérico igual a 1440 rpm, para a frequência de giros do motor do carro. Isto significa certamente:

a) a indicação da velocidade do carro igual a 72 km/h.

b) a indicação da velocidade do carro igual a 400 m/s.

c) a indicação da frequência das rotações do motor igual a 1440 rotações por segundo.

d) a indicação da frequência das rotações do motor igual a 24 rotações por segundo.

e) a indicação da frequência das rotações do motor igual a 1440 hertz.

3) Um móvel executa um movimento circular regido pela lei horária $\theta = \pi/4 + 2\pi.t$ (no SI.) o raio da circunferência é igual a 2 m. Determine:

a) a frequência e o período do movimento;

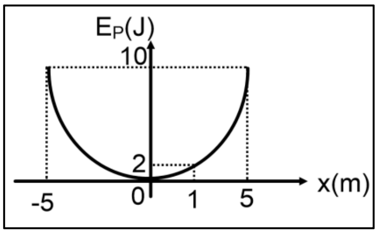
b) a velocidade angular e a velocidade linear do móvel;

c) a aceleração.

4) O gráfico representa a energia potencial em função da posição de um sistema mecânico conservativo. Determine:

a) a energia total do sistema;

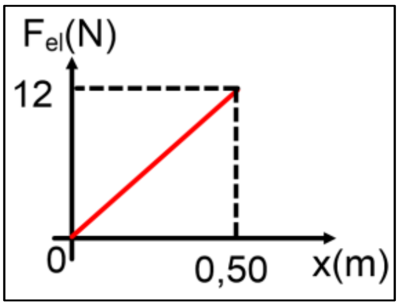
b) a energia potencial e a energia cinética quando x = 1m.



5) (Unicamp – SP) – O gráfico representa a intensidade da força elástica aplicada por uma mola, em função de sua deformação.

a) Qual é a constante elástica da mola?

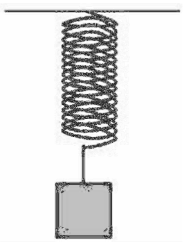
b) Qual é a energia potencial elástica armazenada na mola para x = 0,50 m?



6) Determine a energia potencial elástica armazenada numa mola de constante elástica k = 500 N/m, quando ela é distendida de 40 cm.

7) Tracionada com 400N, certa mola helicoidal sofre distensão elástica de 4,0 cm. Qual é a energia potencial elástica armazenada na mola, quando deformada de 2,0 cm?

8) Um corpo de massa 2 kg, está pendurado em equilíbrio e preso a uma mola ligada ao teto. Nessa posição a deformação da mola é 10 cm.



a) Qual o valor da constante elástica da mola?
b) Determine a energia potencial elástica dessa mola quando for comprimida de 8 cm.

Gabarito dos exercícios de fixação
:
1) a) $T = 5s$ b) $f = 0,2$ Hz c) $\omega = 0,4\pi$ rad/s d) $\Delta\theta = 8\pi$ rad e) $a_{cp} = 1,6\ \pi^2$ m/s^2 2) D 3) a) 1 Hz e 1s b) 2π rad/s e 4π m/s c) $8\pi^2$ m/s^2 4) a) 10J b) $E_P = 2J$ e $E_C = 8J$ 5) a) $k = 24$ N/m b) $E_P = 3$ J 6) 40 J 7) 2J 8) a) $k = 200$N/m b) 0,64 J