

Impulso e Quantidade de Movimento

Assunto: Dinâmica das Rotações

Aula 04 – Momento de Inércia, Momento Angular e sua conservação.

Para acompanhar esta aula em vídeo, vá na aba Aulas e clique em Quantidade de movimento e Impulso – aula 04

Dinâmica das Rotações

Para demonstrar a equação de momento angular, que estudaremos aqui na dinâmica das rotações, precisaríamos saber trabalhar com produto vetorial, que normalmente não é dado no ensino médio. Então para facilitar o estudo da Dinâmica das Rotações irei tentar descrever o estudo de uma maneira, o mais simples possível, sem fugir do rigor Físico, e o mais próximo do nosso cotidiano, para que você saiba trabalhar com o conteúdo a nível do ensino médio.

A Inércia das Rotações – Momento de Inércia:

Ao observarmos um equilibrista em ação, podemos perceber que, para melhorar seu equilíbrio, ele abre seus braços ou faz uso de uma longa vara (**Figura 1**), para diminuir sua tendência de giro, dificultando sua rotação e queda. Uma bailarina inicia seu giro nas pontas dos pés e consegue aumentar sua velocidade de rotação simplesmente fechando os braços, isto porque com os braços abertos ela possui uma “**dificuldade de giro**” ou “**inércia rotacional**” maior do que quando os tem fechados (**Figura 2**).



Figura 1



Figura 2

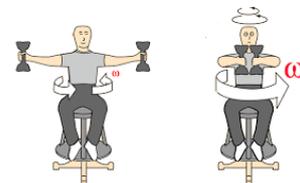


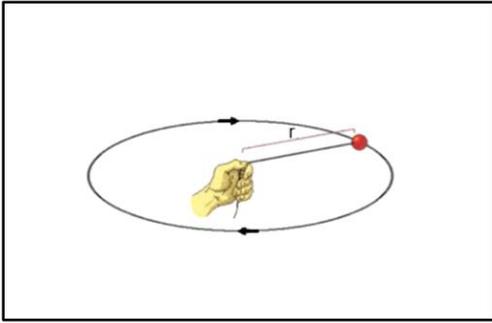
Figura 3

Da mesma maneira, o giro de uma pessoa sentada sobre uma cadeira giratória aumenta quando a pessoa fecha os braços. Em outras palavras, se admitirmos que “algo” se conserva constante nas rotações, diminuindo a inércia rotacional, aumenta a velocidade de giro (**Figura 3**).

O aumento ou diminuição da velocidade de giro podem, portanto, ser obtidos pela alteração da distribuição das massas em rotação, ou seja, alterando a inércia rotacional do que está girando. Quando tem início uma rotação, quanto maior essa inércia, mais difícil será atingir uma certa velocidade de rotação, sob a ação de um mesmo agente externo. Essa dificuldade de giro ou inércia rotacional é geralmente denominada **MOMENTO DE INÉRCIA**.

O Momento de Inércia é para as rotações o que a massa é para as translações. Só que ele vai depender da massa do corpo e também da sua distribuição em torno do eixo de rotação.

O Momento de Inércia varia não só de um corpo para outro, como também para um mesmo corpo, dependendo da escolha do eixo de rotação. A expressão mais simples para definição do momento de inércia é a relativa a um corpo de dimensões irrelevantes girando em torno de um eixo de rotação situado fora dele, tal como uma pedra girando presa a um fio.



O fato de as dimensões do corpo serem muito pequenas se comparadas ao raio de giro, permite considerarmos toda a massa do corpo concentrada em um único ponto, ou seja, neste caso podemos considerar o corpo como uma partícula situada a uma certa distância r do eixo de rotação.

Para este corpo, calcularmos o valor do momento de inércia pela expressão:

$$I = mr^2$$

Onde, no SI de unidades:

- I = momento de inércia, expresso em kg.m^2
- m = massa do corpo expressa em kg .
- r = raio de rotação (distância do corpo ao eixo de rotação), expresso em m .

Exercícios de aprendizagem:

1) Um ciclista utiliza uma bicicleta cuja roda tem massa total de 2 kg, praticamente toda concentrada em sua borda, cujo raio é 30cm e que se desloca horizontalmente com velocidade 5 m/s. Qual o valor do momento angular da roda da bicicleta? Considere o momento de inércia da roda $I = m R^2$.

2) Numa batida não totalmente frontal, entre um automóvel e um caminhão, o automóvel sofre um giro maior que o caminhão. Assinale a alternativa que melhor explica esta situação:

- a) A força aplicada sobre o automóvel é menor do que a aplicada sobre o caminhão;
- b) A força de atrito sobre o caminhão é maior do que a que age sobre o automóvel;
- c) O momento de inércia do caminhão é maior que o do automóvel;
- d) Os pneus do automóvel provavelmente estão carecas;
- e) A massa do caminhão é maior que a do automóvel.

3) Assinale a alternativa CORRETA:

- a) força, massa e tempo são grandezas escalares;
- b) momento de inércia é grandeza vetorial;
- c) momento linear e momento angular são grandezas vetoriais;
- d) velocidade e aceleração são grandezas escalares;
- e) momento de inércia e momento angular são grandezas escalares.

Respostas: 1) $L = 3 \text{ kg.m}^2/\text{s}$ 2) B 3) C

Quantidade de Movimento Angular ou Momento Angular:

“Algo” que se conserva constante nos movimentos: Quando realizamos a investigação dos movimentos de translação, ficou estabelecido que a quantidade de movimento linear do sistema se conservava.

Nos movimentos de rotação ocorre mais ou menos a mesma coisa.

Nas situações em que o início do movimento de rotação de um corpo depende da interação com outro já em movimento, admitimos que há uma troca ou intercâmbio de “algo” entre eles, que faz com que o corpo que estava em repouso comece a girar e que o corpo que estava girando diminua sua velocidade de rotação (**Figuras 4 e 5**).

Nos casos em que o início do movimento de rotação ocorre acoplado a outro, isto é, quando dois corpos se encontram inicialmente em repouso, este “algo” surge simultaneamente nos dois corpos, que passam a girar em sentidos opostos, como se o giro de um buscasse compensar o giro do outro (**Figura 6**).

Observando deste modo, podemos estabelecer que, tanto nos intercâmbios como nos acoplamentos, a origem dos movimentos de rotação está sempre ligada a “algo” que se conserva constante durante a interação entre dois corpos.

Entendendo que esse “algo” que vai quantificar o movimento de rotação a se originar, daremos a ele a denominação de **QUANTIDADE DE MOVIMENTO ANGULAR** ou simplesmente **MOMENTO ANGULAR**.

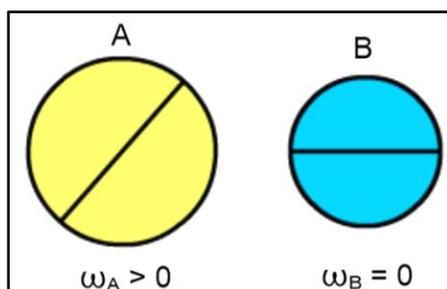


Figura 4

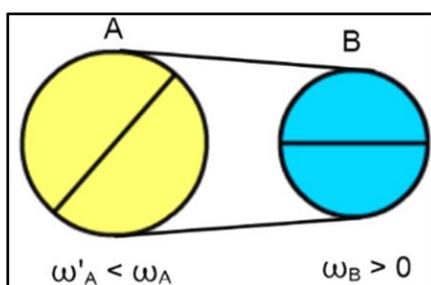


Figura 5

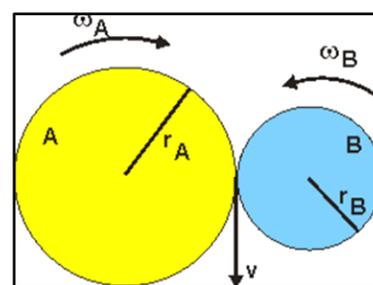


Figura 6

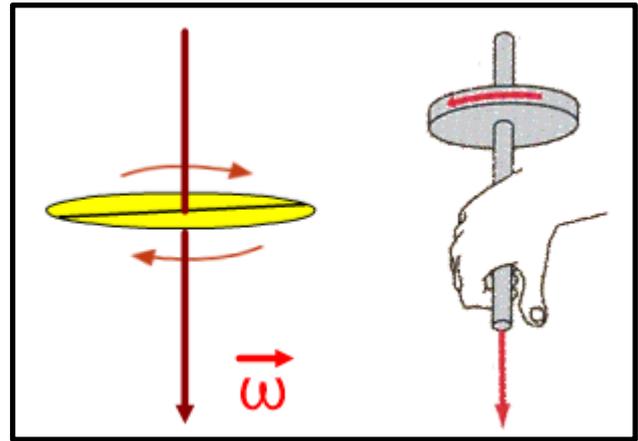
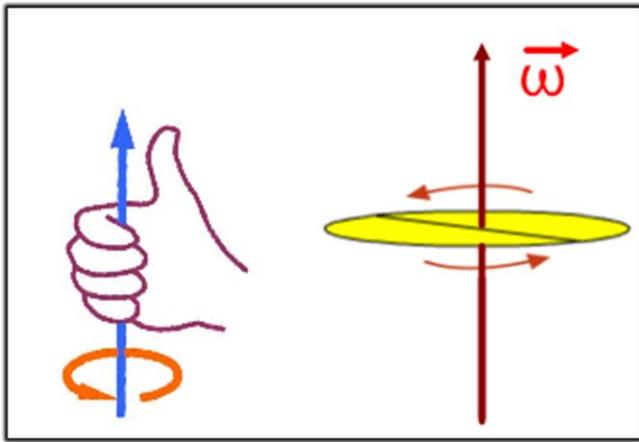
Expressão Matemática da Quantidade de Movimento Angular:

Para uma definição simples de **momento angular** podemos dizer que é uma grandeza física associada à distribuição de massa e a rotação de um corpo. Se não houver rotação, o momento angular será nulo.

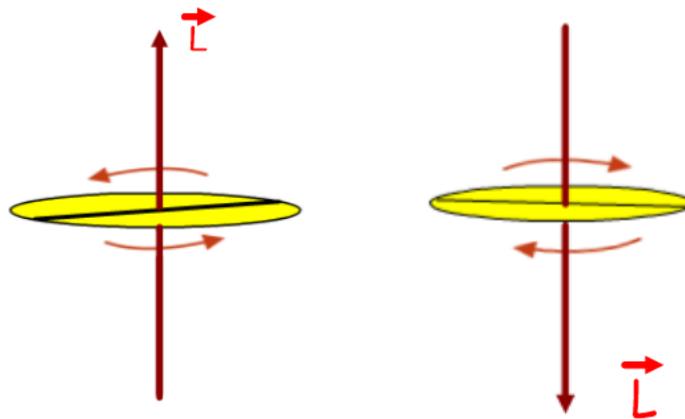
O **momento angular** é uma grandeza vetorial e que terá a mesma direção e sentido do vetor **velocidade angular**.

Velocidade angular e a regra da mão direita:

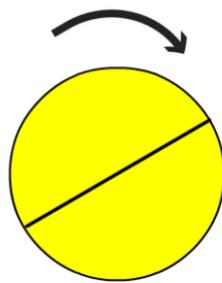
A regra da mão direita consiste em você imaginar pegando o eixo de giro com a mão direita e com o polegar paralelo ao eixo de giro. Os demais dedos abraçam o eixo de giro e apontam a direção e sentido do giro. O vetor velocidade angular tem a mesma direção e sentido do polegar.



$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{L} \rightarrow \text{vetor momento angular} \quad (\vec{L} \text{ tem a mesma direção e sentido de } \vec{\omega}) \\ I \rightarrow \text{momento de inércia} \\ \vec{\omega} \rightarrow \text{vetor velocidade angular} \end{array} \right.$$



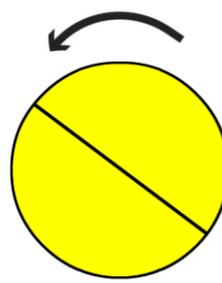
Imagine agora o disco das figuras acima girando com a superfície paralela à folha do papel ou tela. Sendo assim o eixo estará perpendicular ao papel ou a tela. Para representar o vetor entrando ou saindo do papel ou tela, normalmente o fazemos da seguinte maneira:



Sentido horário



flecha entrando no papel



Sentido anti-horário



flecha saindo do papel

Conservação do Momento Angular:

Em um sistema fechado, com a ausência de forças externas, do mesmo jeito que ocorre com a conservação da quantidade de movimento nas translações, ocorrerá também com as rotações a conservação da quantidade de movimento de rotação, o que chamamos de **CONSERVAÇÃO DO MOMENTO ANGULAR**.

$$\vec{L}_i = \vec{L}_f \left\{ \begin{array}{l} \text{O vetor momento angular inicial é igual ao vetor} \\ \text{momento angular final para um sistema fechado.} \end{array} \right.$$

Exemplos:

1) Em uma cadeira giratória se você tentar girar a cadeira dando um torque no corpo, a cadeira irá girar em sentido contrário, anulando o momento angular. Lembre-se que no início o momento angular era nulo.



Gref

2) Se uma pessoa sentada em uma cadeira giratória, retirar os pés do chão e tentar girar outra pessoa, sentada em outra cadeira giratória, também com os pés fora do chão, acabará girando no sentido oposto a esta.



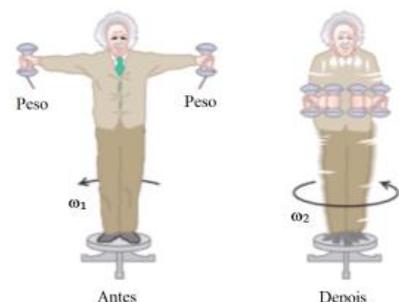
Gref

3) Você com certeza já observou que o helicóptero tem uma hélice vertical posicionada em sua calda. A função desta hélice é produzir uma força capaz de compensar o giro do corpo do helicóptero provocado pelo giro da hélice principal. Pela conservação do momento angular, se a hélice principal apoiada no corpo do helicóptero girar no sentido horário, o corpo do helicóptero giraria no sentido anti-horário.



Exercícios de aprendizagem:

4) Um homem está de pé em uma plataforma que gira com velocidade angular de 2,0 rad/s. O homem mantém seus braços estendidos horizontalmente segurando um corpo de 5,0 kg em cada mão. Nessa situação, o momento de inércia do conjunto (homem-corpo) é 15 kg . m². Num determinado momento, o homem deixa suas mãos caírem ao longo do corpo reduzindo o momento de inércia do conjunto para 5 kg.m². Determine a velocidade angular final do conjunto.



5) Definimos momento de inércia de um corpo a grandeza que nos informa a _____ (facilidade/dificuldade) de giro ou inércia de rotação. O momento de inércia depende da _____ (temperatura/massa) e da sua distribuição em torno do eixo de rotação. Quanto maior a massa, _____ (maior/menor) é o momento de inércia. Quanto maior a distância dos pontos que compõem o corpo em relação ao eixo de rotação, _____ (menor/maior) é o momento de inércia do corpo. Quanto maior é o momento de inércia _____ (menor/maior) é a dificuldade de giro. Para um equilibrista melhorar o seu equilíbrio ele utiliza uma vara para _____ (aumentar/diminuir) seu momento de inércia. Quando uma bailarina inicia seu giro e fecha os braços, sua velocidade de rotação _____ (aumenta/diminui).

Definimos a grandeza velocidade angular como a razão entre _____ (o ângulo descrito/a distância percorrida) por um ponto de um corpo e o intervalo de tempo necessário. A velocidade angular nos informa sobre a _____ (dificuldade/rapidez) de giro, sendo uma grandeza _____ (escalar/vetorial) cuja direção é _____ (paralela/perpendicular) ao eixo de rotação de sentido dado pelo polegar da mão _____ (esquerda/direita) com os outros dedos informando o sentido de giro.

Análogo ao momento linear de um objeto que translada, definimos a grandeza momento angular como aquela que nos informa a quantidade de movimento angular de um corpo que gira. Quanto maior o momento de inércia de um corpo, _____ (maior/menor) será o seu momento angular e quanto maior a velocidade angular, _____ (maior/menor) será o seu momento angular. Para um corpo que possui momento angular constante, quanto menor o momento de inércia, _____ (maior/menor) é a velocidade angular.

Respostas: 4) $\omega = 6 \text{ rad/s}$ 5) dificuldade, massa, maior, maior, maior, aumentar, aumenta, o ângulo descrito, rapidez, vetorial, paralela, direita, maior, maior, maior.

Exercícios de Fixação:

1) Assinale a alternativa **INCORRETA**:

- a) Nas translações há conservação do momento linear do sistema;
- b) Massa e momento de inércia são a mesma coisa;
- c) A direção da quantidade de movimento angular é a mesma de velocidade angular;
- d) Nas rotações o momento angular do sistema se conserva.

2) Se um liquidificador for ligado sobre uma pia ensaboada tenderá a girar no sentido contrário ao de sua hélice. Isto se deve:

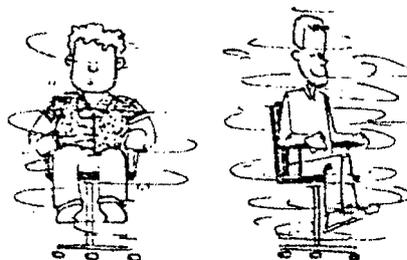
- a) ao princípio da ação e reação;
- b) ao princípio da conservação da energia;
- c) ao princípio da inércia;
- d) ao princípio da conservação do momento angular.

3) A respeito da quantidade de movimento angular, assinale a alternativa CORRETA:

- a) tem módulo dado pelo produto entre a massa e a velocidade angular;
- b) tem o mesmo sentido da aceleração angular;
- c) tem o mesmo sentido da velocidade angular;
- d) tem a direção da força aplicada sobre o corpo.

4) A respeito de duas pessoas, uma gorda e outra magra, sentadas em cadeiras giratórias com os pés fora do chão, que empurram mutuamente, é **incorreto** afirmar que:

- a) a pessoa gorda girará com menor velocidade angular;
- b) a pessoa magra tem menor momento de inércia;
- c) a pessoa gorda tem maior inércia rotacional;
- d) a pessoa magra adquirirá maior momento angular;
- e) a pessoa gorda adquirirá o mesmo momento angular, em módulo, da pessoa magra.



5) Um mergulhador olímpico, ao executar um salto ornamental, encolhe os braços e pernas. Podemos justificar tal técnica como:

- a) tentativa de aumentar o momento de inércia, dificultando o giro;
- b) uma bela coreografia, sem nada alterar o movimento do mergulhador;
- c) tentativa de diminuir o momento de inércia, dificultando o giro;
- d) tentativa de diminuir o momento de inércia para aumentar a velocidade de rotação;
- e) tentativa de aumentar o momento de inércia para aumentar a velocidade de rotação.

6) Uma ginasta olímpica russa, ao praticar exercícios no aparelho denominado Trave, abre os braços depois de um salto mortal. Com este gesto, ela pretende:

- a) apenas cumprimentar o público que a assiste;
- b) aumentar a velocidade de giro;
- c) conseguir melhor equilíbrio pela diminuição do momento de inércia;
- d) conseguir melhor equilíbrio pelo aumento do momento de inércia;
- e) diminuir o seu momento de inércia e aumentar sua velocidade angular.

7) Um patinador gira sobre si próprio com os braços estendidos., Ele coloca novamente os braços ao longo do corpo. Sobre o seu momento de inércia, seu momento angular e sua velocidade angular, podemos dizer que, respectivamente:

- a) aumenta, aumenta, aumenta;
- b) diminui, fica constante, diminui;
- c) diminui, diminui, aumenta;
- d) aumenta, fica constante, aumenta;
- e) diminui, fica constante, aumenta.

8) O prato de um toca-discos gira com uma freqüência de 45 rotações por minuto (45 rpm). Calcule sua velocidade angular w em rad/s.

9) Um avião de 1200 kg está voando em linha reta com uma velocidade de 80 m/s a 1,3 km acima do solo. Qual é o módulo do momento angular do avião em relação a um ponto no solo verticalmente abaixo do local onde ele se encontra?

10) Considere uma partícula de massa m presa ao teto em um suporte fixo por meio de um fio ideal de comprimento d , formando um pêndulo. A partícula é solta a partir do repouso, com o fio esticado, a uma distância $d/2$ do teto; g é o módulo da aceleração local da gravidade. Qual é o módulo do momento angular da partícula com relação ao ponto de sustentação do fio quando ela passa pelo ponto mais baixo da trajetória.

- a) $L = md\sqrt{2gd}$
- b) $L = md\sqrt{gd}$
- c) $L = 0$
- d) $L = md\sqrt{gd/2}$
- e) $L = md\sqrt{2gd/3}$

Gabarito dos exercícios de fixação:

1) B 2) D 3) C 4) D 5) D 6) D 7) E 8) $1,5 \pi$ rad/s 9) $L \cong 1,25 \times 10^8$ kg.m²/s 10) B



Dificuldade em Física?
Conheça o site
www.fisicafacil.net
Todo conteúdo de Física do
Ensino Médio, aula a aula, em vídeo +
listas de exercícios + aulas em pdf + tira
dúvidas por whatsapp, email ou Skype.