Hidrodinâmica

1- Introdução

A hidrodinâmica estuda os fluidos em movimento. Vamos inicialmente analisar algumas propriedades dos fluidos em movimento.

O movimento de um fluido real apresenta aspectos bastante complexos. Assim, formularemos quatro hipóteses simplificadoras que definem um fluido **ideal.**

Hipótese 1 : Vamos supor que o **fluido não seja viscoso**. A **viscosidade** é devido ao atrito entre as próprias moléculas do fluido que dificulta o deslizamento de uma parte dele sobre a outra, provocando perda de energia mecânica, que é transformada em energia térmica.

Obs. Costumo perguntar a meus alunos quem é mais denso o **óleo** ou a **água?** Na maioria das vezes a resposta é o **óleo**. Os alunos confundem **densidade** com **viscosidade**. Quando se é misturado óleo com água, o óleo fica sobre a água. Sendo a água mais densa ela fica no fundo do copo. Porém, se você virar um copo de água e um copo de óleo, verá que o óleo tem mais dificuldade de derramar. Isto é devido a sua **viscosidade**.

Hipótese 2: Nenhuma porção do fluido irá executar movimento rotacional.

Hipótese 3: Vamos supor que o fluido seja **incompressível**, isto é, que sua densidade não varie ao longo do percurso. Isso acontece com os líquidos, que dificilmente são comprimidos. Já com os gases, que são facilmente compressíveis, a situação é outra. No entanto, há uma série de situações em que a variação de densidade dos gases é pequena, podendo ser desprezada.

Hipótese 4: Vamos supor também que o movimento do fluido seja **estacionário**. Isso significa que a velocidade vetorial do fluido em um determinado ponto qualquer não variará com o tempo.

2- Linha de corrente

É definida como uma curva cuja tangente em qualquer ponto está na direção do vetor velocidade do fluido naquele ponto. O conjunto de todas as linhas de corrente que passam tangenciando um elemento de área, tal como a área **A** da **figura 1**, denomina-se tubo de corrente. Pela definição de linha de corrente, nenhum fluido pode atravessar as paredes laterais de um tubo de corrente.

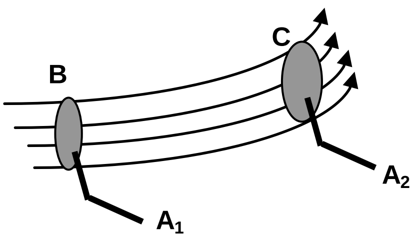
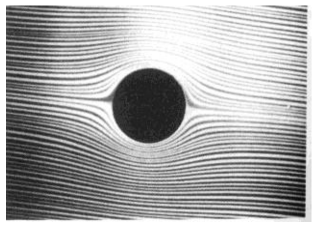


Figura 1

Figura 2



Escoamento uniforme de um fluido em torno de um cilindro, revelado por um rastreador colorido.

3- Equação de Continuidade

Se considerarmos qualquer superfície fechada e fixa no seio de um fluido em movimento, então, em geral, o fluido se move para dentro do volume encerrado pela superfície, saindo do mesmo através de outros pontos. A equação de continuidade é o enunciado matemático do fato de que a taxa efetiva do fluxo de massa para dentro de qualquer superfície fechada é igual à taxa de acréscimo de massa dentro da superfície.

A figura representa uma parte de um tubo de corrente entre duas seções fixas de áreas $\mathbf{A_1}$ e $\mathbf{A_2}$ sendo $\mathbf{v_1}$ e $\mathbf{v_2}$ as velocidades nestas seções.

O volume de fluido que entra em ($A_1 \, . \, v_1$ dt) é igual ao volume que entra em ($A_2 \cdot V_2$ dt).

Sendo assim:

$$\boxed{A_1 \, . \, v_1 = A_2 \, . \, v_2}$$

A é a secção do tudo
v é a velocidade de escoamento

Obs. O produto **"A . v"** é constante ao longo de qualquer tubo de corrente e é denominado também de vazão de um fluido (∅**).**

$$\phi = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A.v \quad onde \quad \begin{cases} \Delta V = volume\ que\ escoa \\ \Delta t = tempo\ gasto\ no\ escoamento \\ A = \mathrm{sec}ção\ do\ tubo \\ v = velocidade\ de\ escoamento \end{cases}$$

Exercícios de aprendizagem:

1) (UFJF) - O sangue flui na aorta, de raio 9 mm, com uma velocidade aproximada de 30 cm/s. Considerando que todo o sangue flui para os capilares, que o raio médio de um capilar é 9 μm e que a velocidade média de escoamento do sangue nos capilares é de 1,0 mm/s, determine o número necessário de capilares para receber o fluxo de sangue proveniente da aorta.

2) A área A_0 da seção transversal da aorta (maior artéria que emerge do coração) de uma pessoa normal em repouso é 3 cm^2 e a velocidade v_0 do sangue é 30 cm/s. Um capilar típico (diâmetro de ≈ 6μm) tem uma área de seção transversal A igual a 3 x 10^{-7} cm^2 e uma velocidade de escoamento v de 0,05 cm/s. Quantos capilares essa pessoa possuí?

3) Uma torneira despeja um líquido à razão de 90 litros por minuto. Calcule a vazão dessa torneira em m^3/s e cm^3/s.

Respostas: 1) 3. 10^5 2) 6 . 10^9 3) 1,5 . 10^{-3} m^3/s e 1,5 . 10^3 cm^3/s

4- Equação de Bernoulli

Quando um fluido incompressível escoa ao longo de um tubo de corrente de secção transversal variável, sua velocidade varia, aumentando ou diminuindo. Conseqüentemente deve haver uma força resultante aplicada e isso significa que a pressão deve variar ao longo do tubo, ainda que não haja diferenças de altura. Para dois pontos a diferentes alturas, a diferença de pressão depende não apenas da diferença de nível, mas também da diferença entre as velocidades naqueles pontos. A equação de Bernoulli resolve estes problemas e ela é facilmente obtida pelo princípio da conservação de energia, mas que no momento, foge do objetivo de nosso curso a demonstração desta equação.

$$\boxed{p + \mu.g.h + \tfrac{1}{2}\mu.v^2 = \text{constante}} \quad \begin{cases} p = pressão\ exercida\ em\ um\ ponto\ do\ fluido \\ \mu = densidade\ do\ fluido \\ g = gravidade\ do\ local \\ h = altura\ da\ coluna\ de\ fluido\ acima\ do\ ponto \\ v = velocidade\ de\ escoamento\ do\ fluido \end{cases}$$

$$\boxed{p_A + \mu.g.h_A + \tfrac{1}{2}\mu.v_A^2 = p_B + \mu.g.h_B + \tfrac{1}{2}\mu.v_B^2} \quad (\textit{Equação de Bernouilli})$$

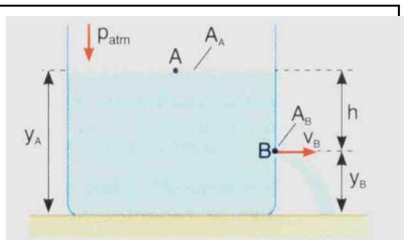
Obs. 1ª) P é a pressão absoluta e deve ser expressa em N/m^2 ou dyn/cm^2. Sendo assim a densidade deve ser expressa em kg/m^3.

2ª) As equações da Hidrostática são casos especiais da equação de Bernoulli, para velocidade nula em todos os pontos. Assim, quando v_1 e v_2 são nulos, a equação de Bernoulli reduz-se a: $\Delta p = \mu \cdot g \cdot \Delta h$.

3ª) Observa-se facilmente pela equação de Bernoulii que quanto maior a velocidade do fluido menor será a pressão nesta região.

5- Equação de Torricelli

Na figura ao lado representamos um recipiente que contém um líquido de densidade μ, *o* qual escoa por um pequeno orifício de área A_B situado a uma altura y_B. O nível superior do líquido está a uma altura y_A, a qual vai diminuindo à medida que o líquido escoa. Tanto no ponto A como no ponto *B a* pressão é a pressão atmosférica:



$$\mathbf{P_A = P_B = P_{atm}}$$

Suponhamos que a área $\mathbf{A_A}$ da seção do recipiente seja muito maior que a área do orifício **(A_B).** Assim pela equação de continuidade **($A_A\ v_A = A_B\ v_B$)**, podemos admitir que no ponto **A** a velocidade é praticamente nula:$\mathbf{v_A \cong 0}$
Aplicando a equação de Bernoulli aos pontos **A** e **B**, temos:

$$\underbrace{p_A}_{p_{atm}} + \mu.g.h_A + \tfrac{1}{2}\underbrace{\mu.v_A^2}_{0} = \underbrace{p_B}_{p_{atm}} + \mu.g.h_B + \tfrac{1}{2}\mu.v_B^2$$

$$v_B^2 = 2g(\underbrace{y_A - y_B}_{h}) = 2gh$$

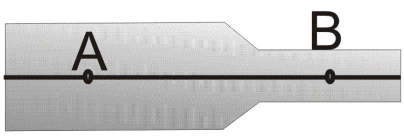
Portanto:

$$\boxed{v_B = \sqrt{2gh}}\ (\text{Equação de Torricelli})$$

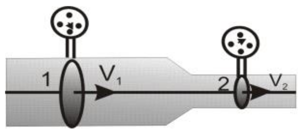
Podemos observar que a velocidade é a mesma que obteríamos para uma partícula que tivesse sido abandonada em repouso, de uma altura **h,** desprezando-se a resistência do ar.

Exercícios de aprendizagem:

1) Na figura ao lado representamos uma situação em que um fluido ideal, de densidade $\mu = 8{,}0 \cdot 10^2\ kg/m^3$, escoa por um tubo disposto horizontalmente. O líquido passa pelo ponto **A** com velocidade $v_A = 2{,}0$ m/s e pelo ponto **B** com velocidade $v_B = 4{,}0$ m/s. Sabendo que a pressão no ponto **A** é $p_A = 5{,}60 \cdot 10^4$ Pa, calcule a pressão no ponto **B.**



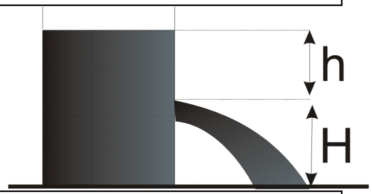
2) Um líquido de densidade 8,0 . 10 kg/m^3 escoa por um tubo disposto horizontalmente, como indica a figura. Os medidores de pressão M_1 e M_2 assinalam: p_1 = 6,0 . IO^4 Pa e p_2 = 5,4 . 10^1 Pa. Sabendo que a velocidade no ponto 1 é v, = 4,0 m/s, calcule a velocidade no ponto 2.

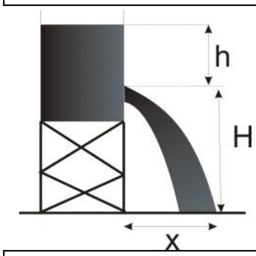


3) Um recipiente contém um líquido que escoa por um orifício situado à altura H = 0,20 m. Adote g = 10 m/s^2, despreze a resistência do ar e suponha que a área da seção reta do recipiente seja muito maior que a área do orifício. No instante em que h = 1,8 m, o líquido atinge o solo num ponto **C**. Para esse instante calcule:

a) a velocidade com que o líquido escoa pelo orifício;

b) a distância *x* assinalada na figura.



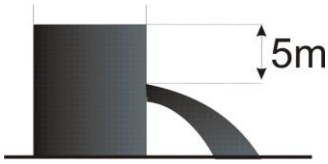


4) (FEI-SP) Uma caixa d'água, conforme a figura anexa, apresenta um furo pelo qual jorra água. Calcule o alcance **x** do jato d'água nessas condições.
Dados: h = 1,8 m; H = 20,0 m ; g = 10 m/s^2 .

Exercícios de Fixação:

1) (AFA-SP) Através de uma tubulação horizontal, de secção reta variável, escoa água, cuja densidade $1{,}0.10^3$ kg/m^3. Numa certa secção da tubulação, a pressão estática e o módulo da velocidade valem, respectivamente, $1{,}5.10^5$ N/m^2 e 2,0 m/s. A pressão estática em outra secção da tubulação, onde o módulo da velocidade vale 8,0 m/s, é, em N/m^2:

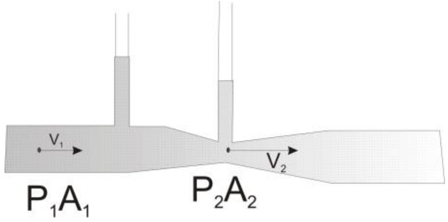
a) $1{,}2 \cdot 10^5$ **b) $1{,}8 \cdot 10^5$** **c) $3 \cdot 10^5$** **d) $6 \cdot 10^5$**



2) (Mackenzie-SP) A figura ilustra um reservatório contendo água. A 5m abaixo da superfície livre existe um pequeno orifício de área igual a 3 cm^2. Admitindo g = 10 m/s^2, podemos afirmar que a vazão instantânea através desse orifício é:

a) 2 L/s b) 3 L/s c) 1 L/s d) 10 L/s e) 15 L/s

3) A figura mostra um tubo (tubo de Venturi) onde escoa um fluido. Marque a alternativa errada:



a) A velocidade v_2 é maior que a velocidade v_1.
b) A pressão p_1 é maior que a pressão p_2.
c) No estrangulamento, teremos uma maior pressão, pois a velocidade do fluido é maior.
d) A quantidade de fluido que entra pelo tubo é igual a que sai do mesmo.
e) n.r.a.

Respostas dos exercícios de aprendizagem:

1) $p_B = 5{,}12 \cdot 10^4$ Pa 2) $\sqrt{31}\ m/s$ ou $\cong$ 5,6 m/s 3) a) 6 m/s b) 1,2 m 4) 12m

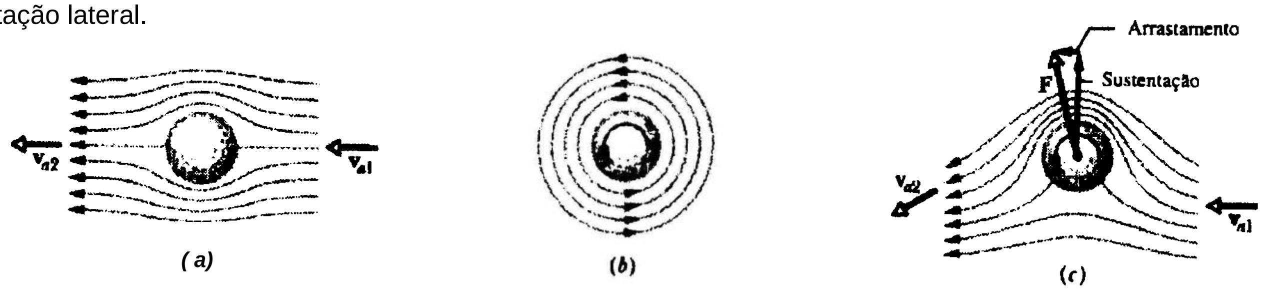
Respostas dos exercícios de fixação:

1) a 2) b 3) c

CURIOSIDADES:

Estouro de Janelas: Se um vento forte soprar paralelo a uma janela, a pressão na parte de fora desta será reduzida e ela poderá estourar. Esse mecanismo desempenha um papel importante quando telhados chatos são arrancados de seus prédios; os telhados são, ao menos em parte,empurrados para cima pela pressão do ar estacionário embaixo deles. Apesar de os telhados serem projetados para suportar grande diferença de pressão dirigida para baixo (devido, por exemplo, ao acúmulo de água da chuva ou neve, em países frios), normalmente não são projetados para suportar uma grande diferença de pressão para cima.

Efeitos no futebol: No futebol, o alcance de um bom passe pelo alto pode ser grandemente aumentado devido à sustentação dinâmica associada à rotação da bola. A camada superior está intimamente envolvida neste efeito. Efeitos laterais também podem ser produzidos pelo mesmo procedimento do esquema abaixo, porém com rotação lateral.



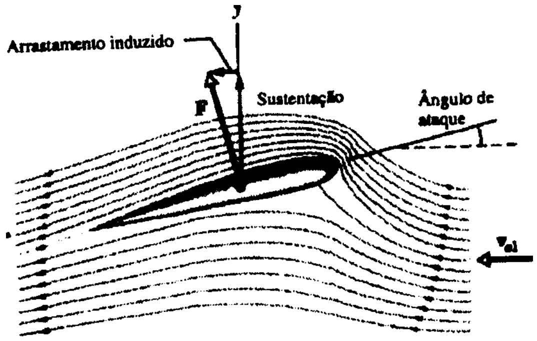
(a) (b) (c)

(a) Este esquema mostra uma bola parada dentro de um túnel de vento. Observa-se um aumento de velocidade do ar na parte superior da bola e na parte inferior. Portanto a pressão será a mesma em ambas as partes e isto não irá alterar o movimento da bola.

(b) Neste esquema não há deslocamento de ar no túnel, e a bola está girando em tomo de seu eixo. Observa-se um deslocamento de ar em tomo da bola.

(c) Este esquema é uma associação de (a) e (b) . Observa-se uma maior velocidade do ar na parte superior da bola. Portanto a pressão da parte superior será menor, o que dará maior sustentação à bola.

Asa de Avião: A figura ilustra as linhas de corrente em tomo da asa de um avião em movimento. Pressupomos que o ar se aproxima horizontalmente pela direita, com velocidade $\mathbf{v_{a1}}$. A inclinação da asa para cima, chamada de ângulo de ataque, causa uma deflexão para baixo na corrente de ar, que então tem velocidade $\mathbf{v_{a2}}$ **.** Assim, a asa exerce uma força na corrente de ar para defleti-la e, pela terceira lei de Newton, a corrente de ar exerce uma força igual e contrária na asa. A componente vertical dessa força **F** na asa é chamada de sustentação e a componente horizontal é chamada arrastamento induzido (ou simplesmente arrastamento).



A sustentação na asa e o padrão das linhas de corrente na figura são consistentes com a equação de Bernoulli: o espaçamento das linhas é maior debaixo da asa do que acima, indicando que a velocidade do ar é menor e a pressão maior abaixo da asa do que acima. A maior pressão embaixo da asa é consistente com a existência de uma força para cima atuando na asa.

A força de sustentação que atua na asa do avião (freqüentemente chamada de sustentação dinâmica) não deve ser confundida com o empuxo que aparece, de acordo com o principio de Arquimedes, em balões, e icebergs flutuantes. A sustentação dinâmica aparece somente quando o objeto e a corrente de ar estão em movimento relativo.

BIBLIOGRAFIA:

Fundamentos de Física – Halliday Resnick Walker (4ª edição) – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.

Universo da Física – Vol. 2 – José Luiz Sampaio e Caio Sérgio Calçada – Atual Editora